理 科 問 題 紙

令和 5 年 2 月 25 日

自　　14：20

至　　16：20

答案作成上の注意

1. 理科の問題紙は 1 から 28 までの 28 ページである。

2. 解答用紙は，生物 ⑦，⑧，⑨，化学 ⑩，⑪，⑫，⑬，物理 ⑭，⑮，⑯ の 10 枚である。

3. 生物，化学，物理のうち 2 科目を選択すること。

4. 解答はすべて解答用紙の指定された箇所に書くこと。

5. 試験開始後 30 分以内に選択する科目を決定すること。

6. 折りこまれている白紙（2 枚）は草案紙として使用すること。

7. 問題紙と草案紙は持ち帰ること。

物　　　理

1 図1のように，点Oを原点とし，水平方向にx軸，鉛直方向にy軸をとる。点Oと点Pを通りx軸に垂直な二つの十分に高い平面の壁(間隔dで平行)とx軸を含む水平面に囲まれた空間がある。時刻$t=0$に点Oから質量mの質点を初速vでOPからの角度θの方向に投げ上げる。壁の表面は滑らかで，質点が壁に当たったときは反発係数eで跳ね返るものとする。このとき以下の問に答えなさい。ただし，質点はxy面内を運動するものとする。重力はy軸負方向に働き，重力加速度の大きさをgとする。

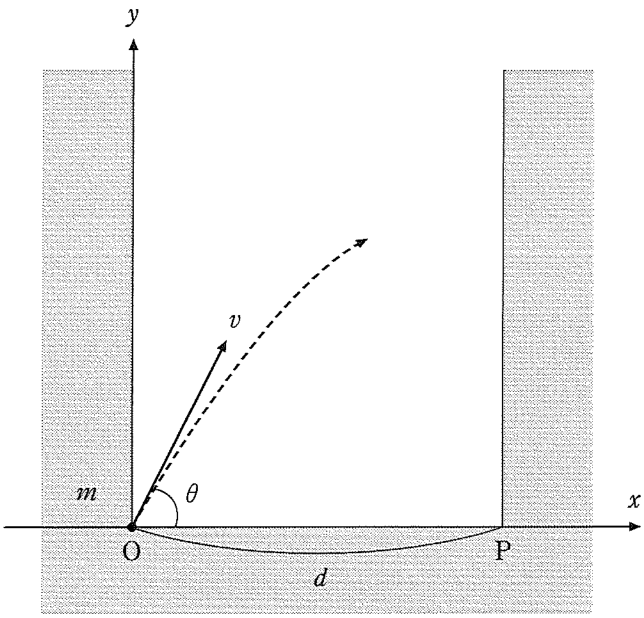

図1

問 1　質点が到達する最高点のy座標hを，v，g，θを用いて表しなさい。

問 2　質点が**問1**の最高点に到達するときの時刻tを，v，g，θを用いて表しなさい。

問 3　$e = 1$ とする。質点が右側の壁に一度だけ当たって跳ね返った後，元の点Oに落下した。このときの v を，d，g，θ を用いて表しなさい。

問 4　$e < 1$ とする。質点が右側の壁に一度だけ最高点で当たって跳ね返った後，x 軸上に落下した。この落下位置の x 座標を，d，e を用いて表しなさい。

問 5　$e < 1$ とする。質点が右側の壁に一度だけ当たって跳ね返った後，元の点Oに落下した。このときの v を，d，g，θ，e を用いて表しなさい。

問 6　$e = 1$ とする。質点が右側の壁と左側の壁に一度ずつ当たって跳ね返った後，点Pに落下した。このときの v を，d，g，θ を用いて表しなさい。

2 抵抗値が温度変化する抵抗器に関して以下の問に答えなさい。

問 1 温度 0 ℃のとき抵抗率 $\rho_0[\Omega\cdot\mathrm{m}]$ の物質があり，抵抗率の温度係数は $\alpha[1/\mathrm{K}]$ である。温度 t[℃]のときの抵抗率 $\rho_t[\Omega\cdot\mathrm{m}]$ を，ρ_0，α，t を用いて表しなさい。

問 2 温度 t[℃]のとき抵抗率 $\rho_t[\Omega\cdot\mathrm{m}]$ である素材を用いて長さ $L[\mathrm{m}]$，断面積 $S[\mathrm{m}^2]$ の円筒形の抵抗器を作製した。この抵抗器の温度 t[℃]のときの長さ方向の抵抗値 $R_t[\Omega]$ を，ρ_t，L，S を用いて表しなさい。ただし，形状は温度によって変化しないものとする。

温度係数が正の定数の抵抗器 A がある。この抵抗器 A の抵抗値は外部の温度によってのみ決まり，抵抗器 A の温度と外部の温度は常に等しいとする。よって，この抵抗器 A の電気特性を計測すれば，外部の温度を計測できる。

図 2 の回路 1 に示したように，「抵抗値が温度変化する抵抗器 A」と「抵抗値 r ($0 < r < \infty$) の温度変化しない合成抵抗」を電圧計と直流電源に組み合わせた回路を使って，電圧計の測定値から外部の温度を求めることを試みた。抵抗値 r の合成抵抗は抵抗値が $2R_0$，$3R_0$，$6R_0$ の 3 つの抵抗器を組み合わせたものである。抵抗器 A は温度 0 ℃のときの抵抗値が R_0 (> 0)，温度 80 ℃のときの抵抗値が $\frac{4}{3}R_0$ である。また温度は抵抗器 A の抵抗値のみに影響を与える。電圧計の測定範囲は最小値 0，最大値 V_M (> 0) であり，その内部抵抗の値は無限大とする。この電圧計をつかった回路は，電圧計の両端の電圧を正しく計測できる範囲で動作させる。

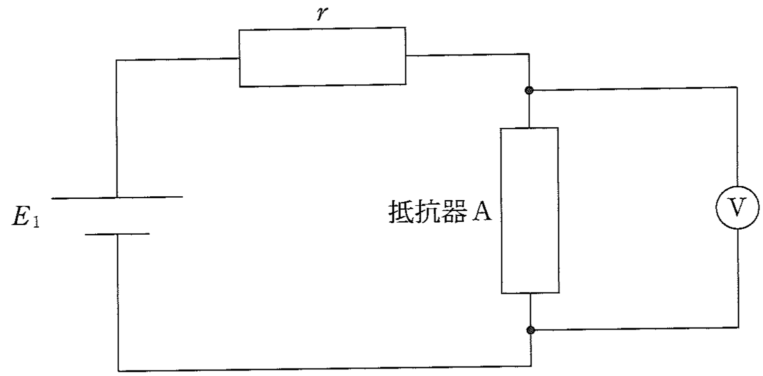

図2　抵抗器Aの温度変化を電圧計の測定値によって求める回路1

抵抗器Aは0℃から80℃の温度変化によって抵抗値がR_0から$\frac{4}{3}R_0$に変化する抵抗器であり，rは抵抗値$2R_0$，$3R_0$，$6R_0$の抵抗器を組み合わせた合成抵抗の抵抗値である。

図2の回路1において電圧計の測定値は抵抗器Aの温度が0℃のときV_0($0 \leqq V_0 \leqq V_M$)，80℃のときV_{80}($0 \leqq V_{80} \leqq V_M$)を示した。このときの直流電源の電圧値E_1は温度によらず一定であり，E_1はV_{80}とV_0の差($V_{80} - V_0$)が最大となる値に設定した。また，この回路で測定した$\frac{V_{80}}{V_0}$が最大となるためにはrを大きくする必要があり，そのため抵抗値が$2R_0$，$3R_0$，$6R_0$の3つの抵抗器を組み合わせて，最も大きいrにした。

以下の**問3**から**問5**に答えなさい。

問3　rを，R_0を用いて表しなさい。

問4　$\frac{V_{80}}{V_0}$を最大にするためにはrを大きくする必要があることを示しなさい。

問5　E_1を，V_Mを用いて表しなさい。

つぎに，温度変化による電圧計の測定値の変化が**図 2** に比べて大きくなるように，**図 3** のような回路 2 を作製した。この回路は**図 2** の回路 1 と同じく，抵抗器 A，抵抗値 $2R_0$，$3R_0$ そして $6R_0$ の抵抗器，電圧計，直流電源を使って回路が構成されている。

この回路では電圧計の測定値は抵抗器 A の温度が 0 ℃のとき V'_0($0 \leqq V'_0 \leqq V_M$)，80 ℃のとき V'_{80}($0 \leqq V'_{80} \leqq V_M$)を示した。また直流電源の電圧値 E_2 は V'_{80} と V'_0 の差($V'_{80} - V'_0$) が最大となる値に設定した。

これに関して**問 6**，**問 7** に答えなさい。

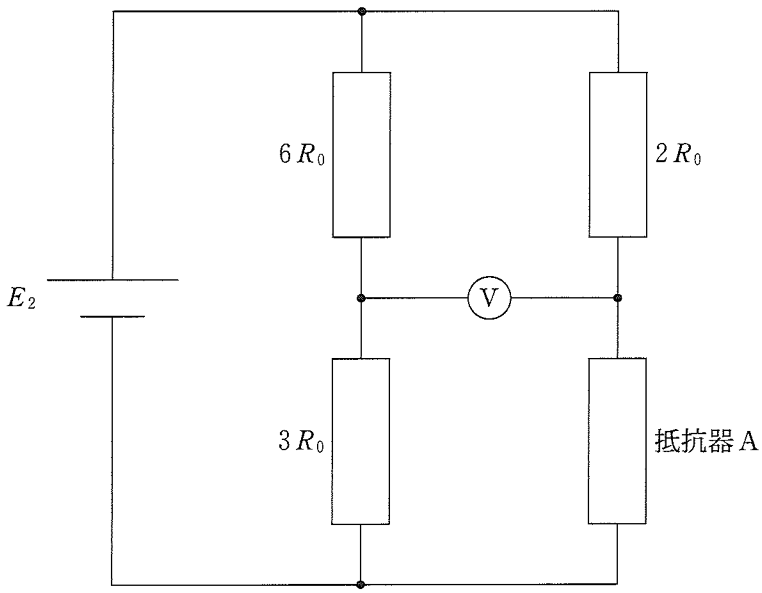

図 3　抵抗器 A の温度変化を電圧計の測定値によって求める回路 2

抵抗器 A は 0 ℃から 80 ℃の温度変化によって抵抗値が R_0 から $\frac{4}{3}R_0$ に変化する抵抗器である。

問 6　E_2 を，V_M を用いて表しなさい。

問 7　$V'_{80} - V'_0$ は，$V_{80} - V_0$ に比べて何倍になるか求めなさい。

3 図4のように屈折率 n_1 の空気中に幅 W[m]，深さ D[m]の鉛直に掘られた溝があり，点O，点Rの高さまで，屈折率 n_2 の水が入っている。溝の縁にある点Oから水平に L[m]離れた点Fの上にある高さ h[m]の点Pからこの水面を見ると，水面を通して溝の内面が見えるものとする。図中の点F，O，P，Q，R，S，Tは全て同じ鉛直面内にあるとする。このとき，以下の問に答えなさい。

ただし，解答中の分数は既約分数で，根号が含まれるときは根号の中が最も小さい自然数となる形で答えなさい。

まず，図4のように水面が点Oおよび点Rの高さにあるとする。点Pから水面を見たとき，溝の内面RT上にあり水面からの深さが d[m]の点Sが，点Oから x[m]離れた水面上の点Qと重なって見えたとする。視線PQおよびQSが鉛直線となす角をそれぞれ図のように θ_1，θ_2 とする。

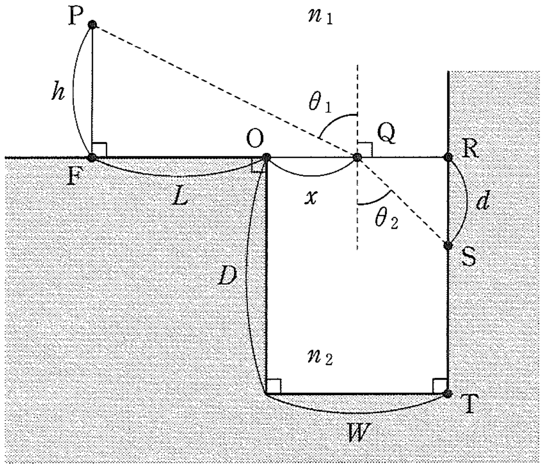

図4　水を満たした溝

問 1 θ_1 と θ_2 の間の関係を n_1，n_2 を用いて表した式を解答欄に答えなさい。

問 2 比 n_2/n_1 を h，L，W，x，d を用いて表しなさい。式導出の過程も解答欄に記しなさい。

以下の**問 3**～**問 5**では$n_1=1$，$n_2=\dfrac{4}{3}$，$W=2\,\mathrm{m}$，$L=2\,\mathrm{m}$とする。

問 3 $h=\dfrac{3}{2}\,\mathrm{m}$としたとき，点Pから水面越しに点Tが点Oと重なって見えた。溝の深さDの値を求めなさい。

問 4 点Sの水面からの深さdを$\dfrac{\sqrt{7}}{2}\,\mathrm{m}$とする。点Pの高さ$h(h>0)$を低くしていくとき，点Sと重なって見える水面上の点Qは点Oへ向かって近づくが，$\mathrm{OQ}=x$にはそれ以下にならない限界の値がある。この限界値を求めなさい。考え方も解答欄に記しなさい。

次に，点Pの高さを$h=\dfrac{3}{2}\,\mathrm{m}$とし，**図 4**の状態から**図 5**の状態のように，点Pから水面が見える範囲でこの溝の水を減らして水面をu[m]下げ，水面を点Uおよび点U′の高さにする。

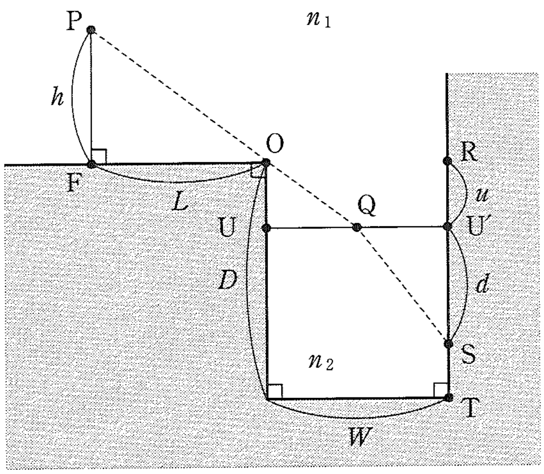

図 5　水位を下げた溝

問 5 点Pから水面を見たとき，水面越しに点Oと重なって見える点Sは水面下どれだけの深さにあるか，uを用いて点Sの深さdを表しなさい。