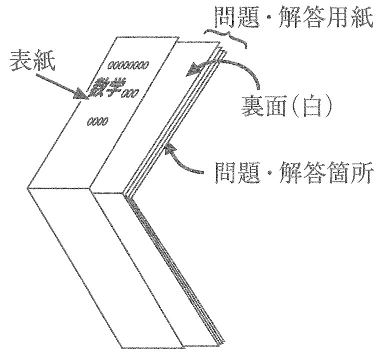
令和４年度入学試験問題

数　学　　202

（前　期　日　程）



（注意事項）

1　問題・解答用紙は，係員の指示があるまで開かないこと。

2　この表紙を除いて，**問題・解答用紙は４枚**である。
用紙の折り方は図のようになっているので注意すること。

3　**解答は，問題と同一の紙面の指定された解答箇所に書くこと。**
指定された解答箇所以外に書いたものは採点しない。
裏面に解答したものも採点しない。

4　**解答開始後，各問題・解答用紙の「受験番号」欄に受験番号をはっきり記入すること。**

5　表紙や問題・解答用紙の裏面を計算のために用いてよい。

6　表紙を含め，配付した用紙はすべて回収する。

受験番号	第　　　　　番

数　学　２０２　その１

第１問　三角柱 OAB−CDE の 3 つの側面は 1 辺の長さが 1 の正方形である。辺 BE の中点を M，辺 AD を $t:(1-t)$ に内分する点を T とする。ただし，$0<t<1$ とする。

(1) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{OM}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OT}}$ を t の式で表せ。

(2) t が $0<t<1$ の範囲を動くとき，三角形 OMT の面積 S の最小値を求めよ。

(3) 三角形 OMT の重心を G とする。直線 EG と直線 OA が交わるとき，t の値を求めよ。

［第１問の解答箇所］

小 計	点

受験番号	第　　　　　　番

数　学　202　その2

第2問　次の問いに答えよ。

(1) 不等式 $|x+y| \leqq |x-y|$ の表す領域を座標平面上に図示せよ。

(2) 不等式 $(x+y)^2+(x-y+1)^2 \leqq 2$ の表す領域を座標平面上に図示せよ。

(3) (1) の領域と (2) の領域の共通部分の面積を求めよ。

[第2問の解答箇所]

小 計	点

受験番号	第　　　　　　番

数　学　202　その３

第３問　$f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{1+x}$　$(x \geqq 0)$　について，次の問いに答えよ。

(1) $y=f(x)$ の増減を調べて極値を求めよ。

(2) n を自然数とする。θ_n は $0<\theta_n<\dfrac{\pi}{2}$ の範囲にあり，$\tan\theta_n=\sqrt{n}$ を満たす。$I_n=\displaystyle\int_1^n f(x)\,dx$ を n および θ_n を用いて表せ。

(3) 自然数 n に対して，$S_n=\displaystyle\sum_{k=1}^{n} f(k)$ とする。$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{\sqrt{n}}$ の値を求めよ。

［第３問の解答箇所］

小 計	点

受験番号	第　　　　　　　番

数　学　202　その4

第4問　n を 2 以上の自然数とする。n 桁の自然数 a を $a = b_{n-1}10^{n-1} + b_{n-2}10^{n-2} + \cdots + b_1 10 + b_0$ と表す。ただし，$b_0, b_1, \cdots, b_{n-1}$ は 0 から 9 までの整数で，b_{n-1} は 0 ではない。このとき n 桁の自然数 a で，b_k $(0 \leqq k \leqq n-1)$ がいずれも 3 で割り切れないような a 全体の集合を U_n とする。集合 U_n の要素 a を選ぶとき，a が 3 で割り切れる確率を P_n，3 で割って 1 余る数である確率を Q_n，3 で割って 2 余る数である確率を R_n とする。

(1) P_2 および P_3 を求めよ。

(2) $Q_n = R_n$ が成り立つことを示せ。

(3) 漸化式 $P_{n+1} = Q_n$ および $Q_{n+1} = \dfrac{1}{2}(P_n + Q_n)$ が成り立つことを示せ。

(4) P_n および Q_n をそれぞれ n の式で表せ。

[第4問の解答箇所]

小 計	点