数　学

注意事項

1. 試験開始の指示があるまで，この冊子を開いてはいけません。

2. 試験開始の指示があったら，すぐに「問題」と「答案用紙」および「計算用紙」の種類と枚数が以下のとおりであることを確認し，**受験番号を「答案用紙」の5枚すべてに記入してください。**

   - 問題　　　　　　　　　　　　　　　　1枚
   - 答案用紙　（数学その1）～（数学その5）　各1枚　計5枚
   - 計算用紙　（その1）～（その2）　　　　各1枚　計2枚

   （この「注意事項」は「計算用紙（その2）」のうら面に印刷されています。）

3. 「問題」1枚と「答案用紙」5枚および「計算用紙」2枚の種類や枚数が異なる場合や印刷が不鮮明な場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

4. 解答は各答案用紙の指定された場所に書いてください。（数学その1）および（数学その2）では，おもて面に解答し，（数学その3）～（数学その5）では，うら面を使用する場合はその旨を記してください。

5. 「問題」1枚および「計算用紙」2枚は草案として使用してもかまいませんが，採点対象とはしません。必ず持ち帰ってください。

6. 試験終了後，**「答案用紙」5枚はすべて回収します。**上から（数学その1），（数学その2），・・・，（数学その5）の順に，おもて面を上にして，ひろげた状態で用紙の上下をそろえて5枚重ねてください。

7. すべての確認作業が終了するまで着席していてください。

令和３年度入学者選抜試験問題（数学）

1 次の問題文の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{シ}}$ にあてはまるものを解答欄に記入せよ。

(1) 6 個の値 5, 1, 11, 3, a, b からなるデータの平均値が 5.5，中央値が 4.5 であるとする。ただし，$a < b$ とする。このとき，$a = \boxed{\text{ア}}$ であり，$b = \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) 整式 $P(x) = x^6 - 4x^5 + x^4 + x^2 - 4x + 1$ を考える。$y = x + \dfrac{1}{x}$ とおくと，$\dfrac{P(x)}{x^3} = \boxed{\text{ウ}}$ のように y の 1 次式の積に因数分解できる。また，方程式 $P(x) = 0$ の実数解のうち最小のものを求めると $x = \boxed{\text{エ}}$ となる。

(3) a を正の定数とする。座標平面上の原点 $\mathrm{O}(0,0)$ と定点 $\mathrm{A}(x_1, 0)$ (ただし $x_1 \neq 0$) について，$\mathrm{OP} : \mathrm{AP} = 1 : a$ である点 $\mathrm{P}(x, y)$ の軌跡が点 $(2, 0)$ を中心とする半径 1 の円となるとき，$x_1 = \boxed{\text{オ}}$，$a = \boxed{\text{カ}}$ である。

(4) 座標平面上に 3 点 $\mathrm{A}(3,0)$, $\mathrm{B}(2,2)$, $\mathrm{C}(3,3)$ がある。直線 l が $\angle\mathrm{ABC}$ を 2 等分するとき，l の傾きは $\boxed{\text{キ}}$ であり，y 切片は $\boxed{\text{ク}}$ である。

(5) 座標空間に 3 点 $\mathrm{A}\left(\dfrac{1}{2}, 0, 0\right)$，$\mathrm{B}\left(0, \dfrac{1}{3}, 0\right)$，$\mathrm{C}\left(0, 0, \dfrac{1}{4}\right)$ があり，3 点 A, B, C を通る平面に垂直なベクトルの 1 つを求めると $\vec{n} = \left(1, \boxed{\text{ケ}}, \boxed{\text{コ}}\right)$ である。原点 $\mathrm{O}(0,0,0)$ とこの平面の距離は $\boxed{\text{サ}}$ である。また，実数 α に対して座標が $(\alpha, 2\alpha, 3\alpha)$ である点を D とし，原点 O に関する位置ベクトルが $2\vec{n}$ となる点を E とする。原点 O と点 E が点 D を中心とする球面上にあるとき，$\alpha = \boxed{\text{シ}}$ である。

2 次の問題文の空欄 $\boxed{\text{ス}}$ から $\boxed{\text{チ}}$ にあてはまるものを解答欄に記入せよ。

(1) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \{\cos(x + \sin x) + \cos(x - \sin x)\}\,dx = \boxed{\text{ス}}$ であり，$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(\sin x)\sin 2x\,dx = \boxed{\text{セ}}$ である。

(2) 複素数 α, β が $\alpha\overline{\beta} + \overline{\alpha}\beta = 0$, $|\alpha - \beta| = 2$ を満たすとき，$2|\alpha| + |\beta|$ の値が最大となるのは，$|\alpha| = \boxed{\text{ソ}}$，$|\beta| = \boxed{\text{タ}}$ のときである。

(3) 等式 $2021x + 312y = 1$ を満たす整数 x, y のうち，$|x| + |y|$ の値が最小である x, y の組は，$(x, y) = \boxed{\text{チ}}$ である。

3 5 人が円形のテーブルに向かって着席し，1 枚の硬貨と 2 枚のカードを使うゲームを行う。最初は 5 人のうち 1 組の隣り合う 2 人がカードを 1 枚ずつ持っている。このとき，次の操作 P を行う。

P：カードを持っている 2 人が 1 人ずつ硬貨を投げる。2 人とも硬貨を投げた後，表が出た人は右隣の人にカードを渡し，裏が出た人は左隣の人にカードを渡す。

この P を 1 回の操作とし，次々と操作 P を続けていく。ただし，操作 P を終えた各段階でカードを両隣から渡され 2 枚のカードを持った人がいたら，その人を勝者としてその時点でゲームを終える。操作 P を 10 回終えた段階で勝者が決まらない場合も，その時点でゲームを終わりとする。$n \leqq 9$ のとき，操作 P を n 回終えた段階で勝者が決まらずゲームが終わらない確率を p_n とする。

(1) p_2, p_3 を求めよ。

(2) p_6 を求めよ。

4 任意の自然数 m に対して，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^m$ は n についての $(m+1)$ 次式で表されることを証明せよ。ただし，$m = 1$ のとき $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$ となり，n についての 2 次式で表されることは証明なしで使ってよい。

5 $x > 0$ で定義された関数 $f(x) = \log x - (\log x)^2$ の第 n 次導関数 $f^{(n)}(x)$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ に対して，方程式 $f^{(n)}(x) = 0$ の解を $x = x_n$ とおく。このとき，$\dfrac{x_{n+1}}{x_n}$ を求めよ。