

令和5年度 入学者選抜学力検査問題

数 学 (理系 β)

数学 I, 数学 A
数学 II, 数学 B
数学 III

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 問題は全部で4題あります。また、解答用紙は4枚あります。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の枚数の過不足や汚れ等に気がついた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後、すべての解答用紙に受験番号、志望学部及び氏名を記入してください。受験番号の記入欄は各解答用紙に2箇所あります。
5. 解答は各問、指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。
6. 裏面その他に解答を記入した場合、その部分は採点の対象となりません。
7. 各問題の配点50点は200点満点としたときのものです。
8. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

[1] (配点 50) 7つの文字 A, A, A, D, I, M, Y すべてを 1 列に並べてできる文字列について, 次の問いに答えなさい。

- (1) 文字列は全部で何通りあるか求めなさい。
- (2) A と D が隣り合う文字列は全部で何通りあるか求めなさい。
- (3) 2 つ以上の A が隣り合う文字列は全部で何通りあるか求めなさい。
- (4) 全部の文字列をアルファベット順の辞書式に並べるとき, 文字列 YAMADAI は何番目の文字列か求めなさい。

[2] (配点 50) $\triangle ABC$ において, $AB = 7$, $BC = 9$, $CA = 8$ とし, 次の 3 つの条件を満たす 2 つの円 C_1 , C_2 を考える。

- 円 C_1 は, 辺 AB と辺 CA に接しており, 辺 BC とは 2 点で交わらない。
- 円 C_2 は, 辺 AB と辺 BC に接しており, 辺 CA とは 2 点で交わらない。
- 円 C_1 と円 C_2 は外接している。

このとき, 次の問いに答えなさい。

- (1) 円 C_1 が $\triangle ABC$ の内接円であるとき, 円 C_1 の半径を求めなさい。
- (2) 円 C_1 と円 C_2 の半径が等しいとき, 円 C_1 の半径を求めなさい。
- (3) 円 C_1 の周の長さと円 C_2 の周の長さの和が最小になるとき, 円 C_1 と円 C_2 の半径をそれぞれ求めなさい。

[3] (配点 50) 座標平面上で, 不等式

$$\frac{1}{4}x^2 - 2 \leq y \leq 0 \quad \text{または} \quad x^2 + y^2 \leq 4$$

の表す領域を D_1 とし, 不等式

$$y > \sqrt{3}x \quad \text{かつ} \quad x^2 + y^2 < 2$$

の表す領域を D_2 とし, 不等式

$$y > -\sqrt{3}x \quad \text{かつ} \quad x^2 + y^2 < 2$$

の表す領域を D_3 とする。また, D_2 と D_3 の和集合を X とし, D_1 から X を除いた領域を Y とする。
このとき, 次の問いに答えなさい。

- (1) 領域 D_1 を図示しなさい。
- (2) 領域 D_1 の面積を求めなさい。
- (3) 領域 Y を図示しなさい。
- (4) 領域 Y の面積を求めなさい。

[4] (配点 50) $\pi = 3.1415\cdots$ を円周率, $e = 2.7182\cdots$ を自然対数の底とし,
関数 $f(x) = e^{-x} + \sin x - 1$ を考える。このとき, 次の問いに答えなさい。

(1) $x > 0$ のとき, 次の不等式が成り立つことを示しなさい。

$$e^x \left(1 - x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right) < 1$$

(2) $x > 0$ のとき, 次の不等式が成り立つことを示しなさい。

$$\sin x > x - \frac{x^3}{6}$$

必要ならば, $\theta > 0$ のとき, 不等式 $|\sin \theta| < \theta$ が成り立つことを用いてよい。

(3) 関数 $f(x)$ は, 区間 $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2} \right)$ において極大値をとることを示しなさい。

(4) 方程式 $f(x) = 0$ は, 区間 $(0, \pi)$ においてただ 1 つの実数解をもつことを示しなさい。