令和４年度　入学者選抜学力検査問題

数　　学　（理系β）

数学Ⅰ，数学A
数学Ⅱ，数学B
数学Ⅲ

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 問題は全部で４題あります。また，解答用紙は４枚あります。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の枚数の過不足や汚れ等に気がついた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後，すべての解答用紙に受験番号，志望学部及び氏名を記入してください。受験番号の記入欄は各解答用紙に２箇所あります。
5. 解答は各問，指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。
6. 裏面その他に解答を記入した場合，その部分は採点の対象となりません。
7. 各問題の配点50点は200点満点としたときのものです。
8. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔1〕 (配点 50) 曲線 $y = f(x) = \log(x^2 + 1)$ $(x \geqq 0)$ を C とし，C 上の点 $\mathrm{P}(1,\ f(1))$ における接線を l とする。ただし，対数は自然対数とする。

(1) C の変曲点を求め，C と l の共有点は P のみであることを示しなさい。

(2) C と l および y 軸で囲まれた部分の面積を求めなさい。

〔2〕 (配点 50) 平面上の 3 点 A，B，C を頂点とする三角形を T とし，T の重心を G とする。G に関して，3 点 A，B，C と対称な点をそれぞれ A′，B′，C′ とし，A′，B′，C′ を頂点とする三角形を T' とする。$\overrightarrow{\mathrm{GA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{GB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{GC}} = \vec{c}$ とおくとき，次の問いに答えなさい。

(1) T の辺 BC と T' の辺 B′C′ は平行であることを示しなさい。

(2) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ であることを示しなさい。

(3) T' の辺 B′C′ は T の辺 AB および AC と交わることを示しなさい。

(4) T と T' の共通部分の面積を，T の面積 S を用いて表しなさい。

〔3〕 （配点 50） xy 平面上の原点をOとし，2点 $P_1(1,\ 0)$，$Q_1(1,\ \sqrt{3})$ をとる。自然数 n に対して，x 座標が OP_n の長さを $\dfrac{3}{2}$ 倍して $\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$ を加えた値となる x 軸上の点を P_{n+1} とおく。P_n を通り直線 OQ_1 と平行な直線と，P_{n+1} を通り x 軸に垂直な直線との交点を Q_{n+1} とする。$\triangle Q_{n+1}P_nP_{n+1}$ を T_n とおく。次の問いに答えなさい。

(1) P_2 および P_4 の x 座標の値を求めなさい。

(2) P_n の x 座標の値を α_n とするとき，α_n を n を用いて表しなさい。

(3) $\angle P_1OQ_1$ の二等分線を l とする。自然数 n に対して，T_n の辺 P_nQ_{n+1} と l の交点の座標を求めなさい。

(4) 自然数 n に対して，T_n から l によって切り取られる三角形の面積を s_n としたとき，無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} s_n$ の和を求めなさい。

〔4〕（配点 50） 整数全体を定義域とし，整数を値にとる関数 $f(n)$ が，次の条件 1，2 を満たしているとする。

条件 1 $f(0)=0$

条件 2 任意の整数 n に対し，$f(3+n)=f(3-n)$ かつ $f(7+n)=f(7-n)$ が成り立つ

整数全体を定義域とする関数 $g(n)$，$h(n)$ をそれぞれ，$g(n)=6-n$，$h(n)=14-n$ とするとき，次の問いに答えなさい。

(1) 合成関数 $(h\circ g)(n)$ と $(g\circ h)(n)$ を求めなさい。

(2) 任意の整数 n に対し，2 つの等式 $(f\circ g)(n)=f(n)$ と $(f\circ h)(n)=f(n)$ が成り立つことを示しなさい。

(3) $f(2022)=0$ であることを示しなさい。

(4) 集合 A を，関数 $f(n)$ のとりうる値全体の集合，すなわち，$A=\{f(n)\mid n \text{ は整数}\}$ とする。このとき，集合 A の要素の個数は 5 以下であることを示しなさい。