

科目

物 理

理学部・医学部・薬学部・工学部・都市デザイン学部

注 意

1. 開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけない。
2. 問題は1ページから6ページにわたっている。解答用紙は3枚、下書用紙は3枚で、問題冊子とは別になっている。これらが不備な場合は、直ちにその旨を監督者に申し出ること。
3. 解答は、すべて解答用紙の所定の欄に記入すること。  
指定された解答用紙以外に記入した解答は、評価(採点)の対象としない。
4. すべての解答用紙の上部の欄に、志望学部と受験番号(2か所)を記入すること。
5. 試験終了後、問題冊子・下書用紙とも、持ち帰ること。

1 水平から  $\theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  rad) 傾いて固定された射出筒に、質量の無視できるばね定数が  $k$  のばねを、射出筒の底面に固定した。このときのばねの上端を原点  $O$  とする。原点  $O$  から水平方向右向きに  $x$  軸、鉛直方向上向きに  $y$  軸をとる。図のように大きさの無視できる質量  $m$  の小球をばねの上端に置いたところ、小球はばねが  $l$  だけ縮んだ点  $S$  で静止した。その後、点  $S$  から小球を押し、ばねをさらに  $d$  ( $d > l$ ) だけ縮めた後に小球を静かにはなし、射出筒から小球を投射した。小球は投射後に水平面 1 ではねかえり、水平面 2 にある質量  $M$  の水平方向のみに動くことのできる台の表面に衝突した。ただし、小球と水平面 1 の間の反発係数は  $e$  ( $0 < e < 1$ ) であり、水平面 1 および台の表面の高さは原点と同じである。小球と射出筒内部との間の摩擦、小球と水平面 1 との間の摩擦、台と水平面 2 との間の摩擦、空気抵抗は無視できるものとする。重力の作用は鉛直方向下向きで、重力加速度の大きさは  $g$  である。

(1) 以下の文章の空欄に該当する式を  $g$ ,  $m$ ,  $\theta$ ,  $k$ ,  $d$  のうち適切なものを用いて表せ。解答欄に解答のみを示せ。

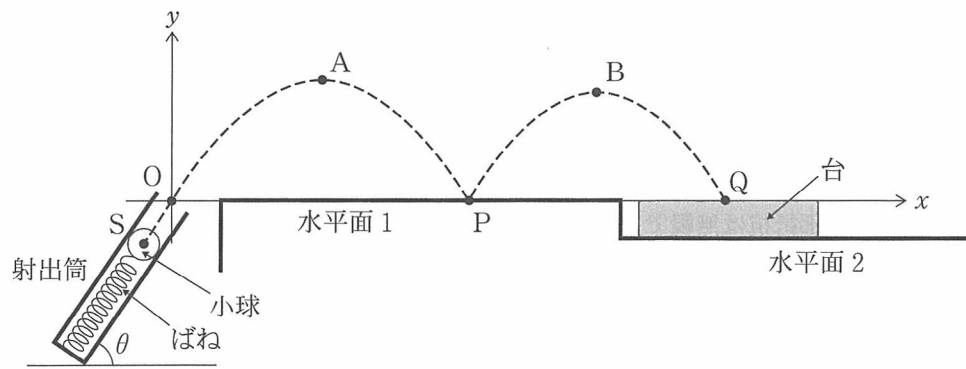
小球をばね上端に置き小球が点  $S$  で静止したときのばねの縮み  $l$  は  である。次に、点  $S$  から小球を押しばねをさらに  $d$  だけ縮めた後に、小球を静かにはなしてから小球が点  $S$  を通過するまでの時間は  である。さらに小球が点  $S$  を過ぎた後に、原点  $O$  を通過する時の速さは  である。

(2) 原点  $O$  において小球がばねからはなれ、射出筒から投射された。このときの小球の速さを  $v_0$  とする。以下の問いに答えよ。

(a) 小球の最高到達点  $A$  の座標  $(x_A, y_A)$  を  $g$ ,  $m$ ,  $\theta$ ,  $v_0$  のうち適切なものを用いて表せ。解法記述欄に解答を得るまでの解き方を示し、解答欄に解答のみを示せ。

(b) その後、小球は点  $P$  において滑らかな表面の水平面 1 と衝突してはねかえり、最高到達点  $B$  に達した。点  $B$  の座標  $(x_B, y_B)$  を  $g$ ,  $m$ ,  $\theta$ ,  $v_0$ ,  $e$  のうち適切なものを用いて表せ。解答欄に解答のみを示せ。

(c) さらに、小球は点  $B$  を通過後に、点  $Q$  で静止した台の表面に衝突し、台と一体となった。台はこの直後から水平面 2 上を一定速度で移動した。この速度の  $x$  方向成分  $V_x$  を  $g$ ,  $m$ ,  $\theta$ ,  $v_0$ ,  $e$ ,  $M$  のうち適切なものを用いて表せ。解法記述欄に解答を得るまでの解き方を示し、解答欄に解答のみを示せ。



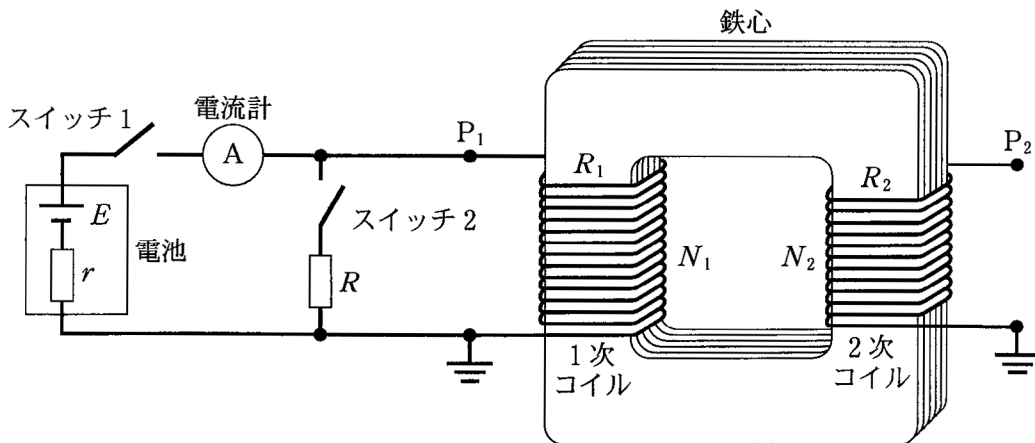
2 変圧器(トランス)は、交流の電圧を変える装置であるが、この問題では直流の電池を接続する。図のように層状の鉄心に  $N_1$  巻きの1次コイルと  $N_2$  巻きの2次コイルが巻かれており、1次コイルと2次コイルの抵抗はそれぞれ  $R_1$ ,  $R_2$  である。1次コイルを貫く磁束は鉄心の外に漏れず、すべて2次コイルを貫くとする。1次コイルには起電力  $E$ 、内部抵抗  $r$  の電池が接続されている。図の電流計の内部抵抗は無視できるものとする。最初、図の2つのスイッチは開いていた。

(1) まず、時刻  $t = 0$  にスイッチ1を閉じた。閉じた直後について以下の問いに  $E$ ,  $N_1$ ,  $N_2$  のうち、適切なものを用いて答えよ。

- (a) 点  $P_1$  の電位を求めよ。解答欄に解答のみを示せ。
- (b) 図のコイルがどのような向きに巻かれているかを考慮して、点  $P_2$  の電位を求めよ。解答欄に解答のみを示せ。

(2) スwitch1を閉じて十分に長い時間が経過した時刻  $t = t_\infty$  について以下の問いに  $E$ ,  $r$ ,  $R_1$  のうち、適切なものを用いて答えよ。

- (a) 図の電流計の値 ( $> 0$ ) を求めよ。解答欄に解答のみを示せ。
- (b) 点  $P_1$  の電位を求めよ。解答欄に解答のみを示せ。
- (c) 点  $P_2$  の電位を求めよ。解答欄に解答のみを示せ。
- (d) 1次コイルの消費電力を求めよ。解答欄に解答のみを示せ。



(3) 時刻  $t = 0$  にスイッチ 1 を閉じた後、電流計の値が  $I_0 (> 0)$  となったときの時刻を  $t_0$  ( $0 < t_0 < t_\infty$ ) とする。以下の問いに答えよ。

(a) 時刻  $t_0$  における 1 次コイルの誘導起電力の大きさを求めよ。 $I_0, E, r, R_1$  のうち、適切なものを用いて解答欄に解答のみを示せ。

(b) 時刻  $t_0$  の直後の微小時間  $\Delta t$  における電流の変化を  $\Delta I$  とするとき、1 次コイルの自己インダクタンスを求めよ。 $I_0, E, r, R_1, \Delta t, \Delta I$  のうち、適切なものを用いて解答欄に解答のみを示せ。

(4) 仮に、問(3)の時刻  $t_0$  に抵抗値が  $R$  の抵抗器につながったスイッチ 2 を閉じるとどうなるか考えてみる。以下の問いに  $I_0, E, r, R, R_1$  のうち、適切なものを用いて答えよ。

(a) 閉じた直後の電流計の値を求めよ。解法記述欄に解答を得るまでの解き方を示し、解答欄に解答のみを示せ。

(b) 閉じた直後の点  $P_1$  の電位を求めよ。解答欄に解答のみを示せ。

(c) 閉じた瞬間に、点  $P_2$  の電位の符号が逆になるための  $I_0$  に関する条件式を求め、解答欄に解答のみを示せ。

3

中心が固定された球形の中空容器の中に、質量  $m$  の単原子分子  $N$  個からなる理想気体が密封されている。 $N$  は十分大きく、容器の壁の厚さ、気体分子に対する重力の影響、および気体分子の大きさは無視できるものとする。気体分子どうしは衝突せず、気体分子は器壁と器壁の間は等速直線運動をするものとする。気体分子は器壁と弾性衝突をし、衝突の前後でその速度の球面に垂直な成分のみが変化し、他の速度成分は変化しないものとする。また、気体分子はあらゆる方向に偏りなく運動しているものとする。以下の問いに答えよ。

(1) はじめ、容器の半径は  $r$  に固定されている。まず、図1のように、1個の気体分子が速さ  $v$  で器壁の点Pに、点Pと容器の中心Oとを結ぶ線と  $\theta$  の角度をなして衝突する場合を考える。

(a) 1回の衝突により気体分子が器壁に与える力積の大きさを  $m, \theta, v$  を用いて表せ。解答欄に解答のみを示せ。

(b) この気体分子が器壁と衝突した後、再び器壁と衝突するまでに進む距離を  $r, \theta$  を用いて表せ。解答欄に解答のみを示せ。

(c) この気体分子が器壁と衝突した後、再び器壁と衝突するまでに経過する時間を  $r, \theta, v$  を用いて表せ。解答欄に解答のみを示せ。

(d) 十分長い時間に器壁が1つの気体分子から受ける力の大きさの平均を  $m, r, v$  を用いて表せ。解法記述欄に解答を得るまでの解き方を示し、解答欄に解答のみを示せ。

次に、速度の2乗平均が  $\overline{v^2}$  である  $N$  個の気体分子全体について考える。

(e) 器壁が気体分子全体から受ける力の大きさの平均を  $N, m, r, \overline{v^2}$  を用いて表せ。解答欄に解答のみを示せ。

(f) 容器内の気体分子による圧力  $p$  を  $N, m, r, \overline{v^2}$  を用いて表せ。解答欄に解答のみを示せ。

(g)  $N$  個の気体分子全体の運動エネルギーを  $p, r$  を用いて表せ。解答欄に解答のみを示せ。

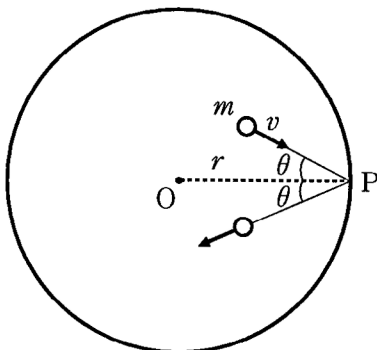


図1

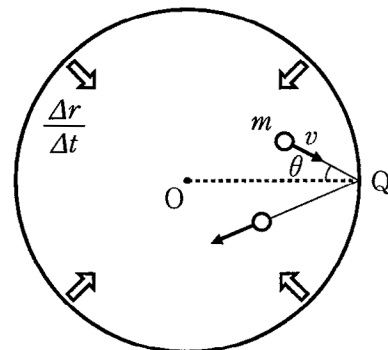


図2

(2) この気体を断熱圧縮することを考える。時間  $\Delta t$  の間に容器の半径が  $r$  から  $r - \Delta r$  に一定の速度  $\frac{\Delta r}{\Delta t}$  で変化したものとする。ここで、 $\Delta r$  は  $r$  に比べ十分小さく、 $\frac{\Delta r}{\Delta t}$  は気体分子の速さに比べて十分に遅く、器壁が収縮している間にそれぞれの気体分子は器壁に多数回衝突するものとする。

まず、図2のように速度  $\frac{\Delta r}{\Delta t}$  で動く器壁の点 Q に、1 個の気体分子が速度  $v$  で  $\overrightarrow{OQ}$  と  $\theta$  の角度をなして衝突する場合を考える。

(a) 1 回の衝突後の気体分子の速度の  $\overrightarrow{OQ}$  方向の成分の大きさを  $\theta$ ,  $v$ ,  $\Delta r$ ,  $\Delta t$  を用いて表せ。

解答欄に解答のみを示せ。

(b) 1 回の衝突で 1 個の気体分子が得る運動エネルギーを  $m$ ,  $\theta$ ,  $v$ ,  $\Delta r$ ,  $\Delta t$  を用いて表せ。

解答欄に解答のみを示せ。ただし、器壁の速度  $\frac{\Delta r}{\Delta t}$  は分子の速度  $v$  に比べ十分遅いので、 $\left(\frac{\Delta r}{\Delta t}\right)^2$  に比例する項は無視せよ。

(c)  $\Delta t$  の間に 1 個の気体分子が得る運動エネルギーを  $m$ ,  $r$ ,  $v$ ,  $\Delta r$  を用いて表せ。解答欄に解答のみを示せ。ただし、器壁の速度は気体分子の速さに比べ十分遅いので、圧縮中の衝突周期は半径が  $r$  のときの衝突周期と同じものとする。

次に、圧縮により速度の 2 乗平均が変化する  $N$  個の気体分子全体について考える。

(d)  $\Delta t$  の間に  $N$  個の気体分子全体が得る運動エネルギーを  $p$ ,  $r$ ,  $\Delta r$  を用いて表せ。解答欄に解答のみを示せ。ここで、 $p$  は問(1)(f)で求めた圧縮前の気体分子による圧力である。

(e) 気体分子全体の圧縮前の運動エネルギーと、 $\Delta t$  の間に得る運動エネルギーの和が、圧縮後の運動エネルギーに等しいとする。この関係を利用したとき、圧縮後の気体分子による圧力として適切なものを以下の(ア)~(カ)の記号の中から 1 つ選び、解答欄に記号のみを示せ。ただし、圧縮による気体の体積の減少量を  $4\pi r^2 \Delta r$  と近似せよ。

$$\begin{array}{lll}
 \text{(ア)} \quad \frac{1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{\Delta r}{r}}{1 - \frac{\Delta r}{r}} p & \text{(イ)} \quad \frac{1 + 2 \cdot \frac{\Delta r}{r}}{1 - \frac{\Delta r}{r}} p & \text{(ウ)} \quad \frac{1 + 3 \cdot \frac{\Delta r}{r}}{1 - \frac{\Delta r}{r}} p \\
 \text{(エ)} \quad \frac{1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{\Delta r}{r}}{1 - 3 \cdot \frac{\Delta r}{r}} p & \text{(オ)} \quad \frac{1 + 2 \cdot \frac{\Delta r}{r}}{1 - 3 \cdot \frac{\Delta r}{r}} p & \text{(カ)} \quad \frac{1 + 3 \cdot \frac{\Delta r}{r}}{1 - 3 \cdot \frac{\Delta r}{r}} p
 \end{array}$$