前期日程

理学部数学科・医学部・薬学部試験問題

数　　学

注　　　　意

1. 開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題は1ページから3ページにわたっています。解答用紙は3枚，計算用紙は1枚で，問題冊子とは別になっています。試験開始の合図があってから直ちに確認し，不備がある場合は監督者に申し出て下さい。
3. 各解答用紙には志望学部を書く欄が1か所と受験番号を書く欄が2か所あります。もれなく記入して下さい。
4. 解答は指定された解答用紙に記入して下さい。その際，解答用紙の番号を間違えないようにして下さい。指定された解答用紙以外に記入した解答は，評価（採点）の対象としません。
5. 解答用紙の裏面には解答を書いてはいけません。解答用紙の指定された場所以外に記入した解答は，評価（採点）の対象としません。
6. 解答用紙は一切持ち帰ってはいけません。
7. 問題冊子，計算用紙は持ち帰って下さい。

実施年月日
3. 2. 25
富山大学

$\boxed{1}$　実数全体で定義された次の関数 $f(x), g(x)$ を考える。

$$f(x) = \frac{\sin x}{x^2+x+2}$$
$$g(x) = (x^2+x+2)^2 f'(x)$$

また，$0 \leqq x \leqq 2\pi$ における $f(x)$ の最大値を M とおく。

(1) $0 \leqq x \leqq 2\pi$ の範囲において方程式 $g(x) = 0$ はちょうど 2 つの解をもつことを示せ。

(2) (1)で示した 2 つの解のうち，小さい方を α とする。$M = \dfrac{\cos\alpha}{2\alpha+1}$ を示せ。

(3) 不等式 $M < \dfrac{\sqrt{2}}{\pi+2}$ を示せ。

（解答用紙は，$\boxed{1}$ を使用せよ）

数・医・薬 1

$\boxed{2}$ xy 平面上で媒介変数表示

$$x = \sin\theta, \quad y = \sin 2\theta \qquad \left(0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}\right)$$

で表される曲線を C とする。

(1) 曲線 C の凹凸を調べ，その概形をかけ。

(2) $0 < p < \sqrt{2}$ とし，$y = px$ で表される直線を ℓ とする。

(a) 直線 ℓ と曲線 C の交点の座標を (α, β) とする。ただし，$(\alpha, \beta) \fallingdotseq (0, 0)$ とする。α, β をそれぞれ p を用いて表せ。

(b) 曲線 C と x 軸によって囲まれた図形の面積を S_1 とし，曲線 C と直線 ℓ によって囲まれた図形の面積を S_2 とする。$S_1 : S_2 = 2 : 2 - p^2$ のとき，p の値を求めよ。

（解答用紙は，$\boxed{2}$ を使用せよ）

数・医・薬 2

$\boxed{3}$　nは2以上の整数とする。$\triangle$OABにおいて，OA $=8$，OB $=5$，AB $=7$とする。線分OAをn等分する点をOに近い方からP_1，P_2，……，P_{n-1}とし，$\mathrm{P}_n=\mathrm{A}$とする。線分OBをn等分する点をOに近い方からQ_1，Q_2，……，Q_{n-1}とし，$\mathrm{Q}_n=\mathrm{B}$とする。また，各k $(k=1,2,\cdots\cdots,n-1)$について線分AQ_kと線分BP_kの交点をR_kとおく。さらに，R_nを線分ABの中点とする。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OR}_k}$を$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$および$n, k$を用いて表せ。

(2) $\left|\overrightarrow{\mathrm{OR}_k}\right|$を$n$と$k$を用いて表せ。

(3) 極限 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left|\overrightarrow{\mathrm{OR}_k}\right|$を求めよ。

(4) $\triangle\mathrm{P}_k\mathrm{Q}_k\mathrm{R}_k$の面積を$s_k$とする。極限 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}s_k$を求めよ。ただし，$s_n=0$とする。

（解答用紙は，$\boxed{3}$ を使用せよ）

数・医・薬 3