令和4年度入学試験問題

数　　学

（前期日程）

	学部等	ページ	解答用紙枚数
1	工　学　部 **【試験科目　数学 I・数学 II・数学 III・数学 A・数学 B】**	1～6	5
2	医　学　部 **【試験科目　数学 I・数学 II・数学 III・数学 A・数学 B】**	7～12	5
3	教育学部（小主免理系・中主免理系） **【試験科目　数学 I・数学 II・数学 A・数学 B】** または **【試験科目　数学 I・数学 II・数学 III・数学 A・数学 B】**	13～19	4
4	教育学部（小主免理系・中主免理系を除く） 農　学　部 **【試験科目　数学 I・数学 II・数学 A・数学 B】**	20～23	3

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと。
2. 上記の1から4のうち，志願したものを選び解答すること。1から4のそれぞれの初めのページに注意事項が記載されているので，試験開始後，よく読んで解答を始めること。
3. すべての解答用紙の受験番号欄に受験番号を記入すること。受験番号が正しく記入されていない場合は，採点されないことがある。
4. 指定されたもの以外を解答しても，また解答用紙の指定された解答欄以外の場所に解答しても採点の対象とはされないので，十分注意すること。
5. 試験中に問題冊子および解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁および汚損等がある場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
6. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

医　学　部

（数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B）

注　意　事　項

1. 問題は，１，２，３，４および５の５問ある。これら５問をすべて解答すること。
2. 解答は問題ごとに指定された解答用紙の解答欄に記入すること。解答欄が不足する場合は，「裏面に続く」と書き，裏面の枠内を使用すること。

1　xを実数とするとき，次の不等式を満たすxの値の範囲を求めよ。

$$8^x + 8^{-x} - (4^x + 4^{-x}) - 11 \geqq 0$$

2　1辺の長さが1の正四面体OABCと点Pが

$$3\overrightarrow{\mathrm{OP}}+8\overrightarrow{\mathrm{AP}}+7\overrightarrow{\mathrm{BP}}+\overrightarrow{\mathrm{CP}}=\vec{0}$$

を満たしているとする。直線OPと平面ABCの交点をQとする。このとき，次の各問に答えよ。

(1)　$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\vec{c}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}$として，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$のそれぞれを，$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて表せ。

(2)　△ABQの面積を求めよ。

(3)　△ABCの重心をGとするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OG}}$と平面ABCが垂直であることを示せ。

(4)　四面体PABQの体積を求めよ。

3 2つの数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ を，$a_1 = \dfrac{1}{2}$，$b_1 = 2$，および

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n + b_n \\ b_{n+1} = 2a_n + 1 \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

で定める。このとき，次の各問に答えよ。

(1) a_2，b_2，a_3，b_3 を求めよ。

(2) 次の式を満たす定数 p，q，r の組を2組求めよ。

$$a_{n+1} + pb_{n+1} + q = r(a_n + pb_n + q) \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

(3) $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ について，それぞれの第 n 項 a_n，b_n を求めよ。

(4) 2つの数列 $\{c_n\}$，$\{d_n\}$ を，$c_1 = \sqrt{2}$，$d_1 = 4$，および

$$\begin{cases} c_{n+1} = c_n d_n \\ d_{n+1} = 2c_n^2 \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

で定める。$\{c_n\}$，$\{d_n\}$ の第 n 項 c_n，d_n について，$c_n^2 d_n$ を求めよ。

4 微分可能な関数 $f(x)$，$g(x)$ が，$g(0)=1$，および

$$f(x)=g(x)+3\int_0^x e^{t-x}f(t)\,dt$$

を満たしているとする。このとき，次の各問に答えよ。

(1) $f'(x)=2f(x)+h(x)$ を満たす関数 $h(x)$ を，$g(x)$ と $g'(x)$ を用いて表せ。

(2) $e^{-2x}f(x)$ の導関数を，$g(x)$，$g'(x)$ および e^{-2x} を用いて表せ。

(3) $e^{-2x}f(x)$ が定数関数のとき，$e^x g(x)$ も定数関数であることを示せ。また，このときの $g(x)$ および $f(x)$ を求めよ。

(4) $g(x)=x^2+1$ のとき，$f(x)$ を求めよ。

5 袋の中に，1 から 10 までの数が 1 つずつ書かれた 10 枚の札が入っている。これをはじめの状態とする。袋から無作為に 1 枚の札を取り出し，取り出した札は袋の中に戻さないという操作を，はじめの状態から続けて n 回行う。n 回のうち，k 回目 $(k=1, 2, \cdots, n)$ の操作で取り出された札に書かれた数を X_k とする。このとき，次の各問に答えよ。

(1) $n=6$ のとき，X_1，X_2，$\cdots$，X_6 の組 $(X_1,\ X_2,\ \cdots,\ X_6)$ で，$X_1=1$，$X_2=2$，かつ次の (＊) を満たす例を 1 つ挙げよ。

(＊) すべての i，j $(i \neq j)$ に対して $X_i + X_j \neq 10$

(2) $n=7$ のとき，次の (＊＊) が必ず成り立つことを示せ。

(＊＊) $X_i + X_j = 10$ を満たす i，j $(i \neq j)$ が存在する

(3) $n=3$ のとき，3 回目の操作ではじめて(2)の (＊＊) が成り立つ確率を求めよ。

(4) $n=4$ のとき，4 回目の操作ではじめて(2)の (＊＊) が成り立つ確率を求めよ。