令 和 4 年 度

試 験 問 題 ②

学 科 試 験

（9時 ～ 12時）

【注　意】

1. **試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中をみてはならない．**
2. 試験教科，試験科目，ページ，解答用紙および選択方法は下表のとおりである．

教　科	科　目	ページ	解答用紙数	選　択　方　法
数　学	数　学	1 ～ 10	2　枚	数学，英語は**必須解答**とする． 理科は左の**3科目のうちから1科目を選択せよ．**
英　語	英　語	11 ～ 14	3　枚	
理　科	化　学	15 ～ 26	2　枚	
	生　物	27 ～ 44	2　枚	
	物　理	45 ～ 52	1　枚	

3. **監督者の指示**に従って，選択しない理科科目を含む**全解答用紙**(10 枚)に受験番号と選択科目(理科のみ)を記入せよ．
   ①　**すべての受験番号欄に受験番号**を記入せよ．
   ②　**理科は選択科目記入欄に選択する1科目**を○印で示せ．
   上記①，②の記入がないもの，および理科2科目または理科3科目選択した場合は**答案全部を無効**とする．
4. 解答はすべて解答用紙の対応する場所に記入せよ．
5. 問題冊子の余白を使って，計算等を行ってもよい．
6. 試験開始後，問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせよ．
7. 解答用紙はいずれのページも**切り離してはならない．**
8. **解答用紙は持ち帰ってはならない．**問題冊子は持ち帰ってよい．

◇M2(341—53)

数 学

【1】 以下の空欄を適切に埋めて文章を完成させよ.

等差数列 $\{a_n\}$ について, 条件

$$a_1 > 0,\ a_1a_2 = 3,\ \frac{a_3}{a_4} = 2$$

が成立するとき, $a_1 = \boxed{\text{ア}}$, $a_2 = \boxed{\text{イ}}$ である. さらに, 数列 $\{b_n\}$ を $b_n = 3^{a_n}$ と定義すると, $b_5 = \boxed{\text{ウ}}$ である. また, $S_n = \sum_{k=1}^{n} b_k$ の極限は $\lim_{n\to\infty} S_n = \boxed{\text{エ}}$ となる.

－余白（計算用紙）－

【2】 以下の空欄を適切に埋めて文章を完成させよ.

i を虚数単位とし, 複素数平面上で複素数 $z = 5 + 3i$ に対応する点をPとおく.

(1) 実数を係数とし z を解にもつ2次方程式のうち, 定数項が1であるものは

$$\boxed{\text{ア}}\,x^2 - \boxed{\text{イ}}\,x + 1 = 0.$$

(2) 複素数平面の原点を中心に, Pを反時計回りに $\frac{\pi}{3}$ だけ回転した点をQとする. 点Qに対応する複素数を w とすると, $w = \boxed{\text{ウ}} + \boxed{\text{エ}}\,i$ (ウ, エは実数) であり, 点Qは複素数平面の第 $\boxed{\text{オ}}$ 象限にある.

(3) (2) で求めた複素数 w の偏角を θ とする. 複素数 $u = \cos\varphi + i\sin\varphi$ $\left(-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}\right)$ を考えると, wu の偏角は $\boxed{\text{カ}}$ $+ 2k\pi$ (k は整数) である. また, wu の虚部が0以上となるような u に対して, $\tan\varphi$ がとり得る最大値は $\boxed{\text{キ}}$ である.

－余白（計算用紙）－

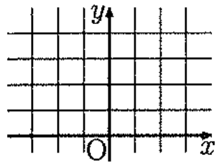
【3】 以下の空欄を適切に埋めて文章を完成させよ.

方程式 $x^6-5x^5+2x^4+13x^3-4x^2-7x=0$ は相異なる6つの実数解を持つ. そのうち整数解は2つであり, $\boxed{\text{ア}}$ と $\boxed{\text{イ}}$ である. 整数解を α_1, α_2, その他の解を $\alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$ とする. このとき, この方程式は $(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)\cdots(x-\alpha_6)=0$ と書けることに注意すると, $\alpha_3+\alpha_4+\alpha_5+\alpha_6=\boxed{\text{ウ}}$, $\alpha_3\alpha_4\alpha_5\alpha_6=\boxed{\text{エ}}$, $\alpha_3^2+\alpha_4^2+\alpha_5^2+\alpha_6^2=\boxed{\text{オ}}$ である.

－余白（計算用紙）－

【4】 以下の問に答えよ．ただし，答のみ記入すればよい．

xy 平面上の原点Oの位置に点Pがある．Pは1秒経過するごとに右・左・上のいずれかに1だけ移動する．いずれの方向も，移動する確率は $\frac{1}{3}$ とし，t 秒後にPのいる位置を P_t と表すことにする．



(1) P_3 となり得る点は10個存在する．それらのうち，x 座標の値が正のものをすべて求めよ．

(2) Pを3秒間観察したとき，Oと P_3 の距離が2以下となる確率を求めよ．

(3) Pを36秒間観察したところ，P_{36} は座標軸上になく，Oと P_{36} の距離は $6\sqrt{13}$ で，P_{36} から x 軸に下した垂線と x 軸との交点Qに対し，三角形 OQP_{36} の面積は108であった．P_{36} の座標として考えられるものを4つすべて求めよ．

(4) (3)において，Pが36秒間に右に進んだ回数の合計として考えられる値をすべて求めよ．

－余白（計算用紙）－

【5】 関数 $f(x)$ が $f(-x)=-f(x)$ をみたすとき，奇関数であるという．関数 $f(x)$ は実数全体で定義された連続な奇関数であり，$x>0$ のとき $f(x)>0$ とする．以下の問に答えよ．

(1) 定積分

$$I=\int_{-1}^{1}(x+a)^2f(x)dx$$

を考える．ただし，a は実数の定数である．このとき，$a=0$ と $I=0$ は同値であることを示せ．

(2) 定積分

$$J=\int_{-1}^{1}\frac{f(x)}{(x+b)^2+1}dx$$

を考える．ただし，b は実数の定数である．このとき，$J=0$ ならば $b=0$ であることを示せ．

－余白（計算用紙）－