令 和 5 年 度

前 期 日 程

理 科 問 題

〔**注　意**〕

1. 問題冊子及び解答用冊子は，試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 問題冊子は，物理，化学，生物の順序で1冊にまとめてある。

問題は ｛**物理**　2ページから16ページ／**化学**　17ページから27ページ／**生物**　28ページから43ページ｝にある。

物理	2ページから16ページ	
化学	17ページから27ページ	
生物	28ページから43ページ	

ページの脱落があれば直ちに申し出ること。

3. 解答用紙は，物理3枚，化学5枚，生物4枚が一緒に折り込まれている。受験する科目の解答用紙をミシン目に従って切り離すこと。
4. **受験番号は，受験する科目の解答用紙の受験番号欄（1枚につき2か所）に1枚ずつ正確に記入すること。**
5. 解答は，1ページの「**理科の解答についての注意**」の指示に従い，解答用紙の指定されたところに記入すること。
6. 問題冊子の余白は，適宜下書きに使用してもよい。
7. 配付した解答用紙は持ち帰ってはいけない。
8. 問題冊子は持ち帰ること。

「理科の解答についての注意」

理学部志願者

○　**数学科，化学科，生物科学科生物科学コース**を志望する者は，物理，化学，生物の３科目のうちから２科目を選んで解答すること。

○　**物理学科**を志望する者は，物理を必須科目とし，そのほかに化学または生物のうちから１科目を選んで解答すること(計２科目)。

○　**生物科学科生命理学コース**を志望する者は，物理と化学の２科目を解答すること。

医学部医学科・医学部保健学科(放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻)・歯学部・薬学部志願者

物理，化学，生物の３科目のうちから２科目を選んで解答すること。

医学部保健学科(看護学専攻)志願者

物理，化学，生物の３科目のうちから１科目を選んで解答すること。

工学部・基礎工学部志願者

物理を必須科目とし，そのほかに化学または生物のうちから１科目を選んで解答すること(計２科目)。

物　理　問　題

（解答はすべて物理解答用紙に記入すること）

〔**1**〕　小球の運動や衝突について考える。地点Oに xy 平面の原点を，水平方向に x 軸を，鉛直上向きに y 軸をとり，小球の運動は xy 平面に限られるものとする。なお，小球の大きさは無視できるほど小さく，小球の回転は考えないものとし，空気抵抗も無視する。重力加速度の大きさは g であり，その向きは鉛直下向きである。

I. 質量 m の小球Aを投げた時の様子を観察する。図1のように，地点Oから仰角 θ〔rad〕の方向に速さ v_0 で小球を投げた。ただし，$0 < v_0$，$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。

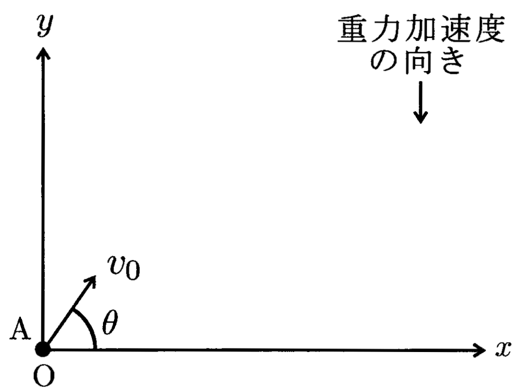

図1

問 1　小球Aが達する最高点の高さを，m，v_0，θ，g のうち必要なものを用いて表せ。

問 2　小球Aを投げた後，しばらくして小球Aは地面（$y = 0$）に落下した。落下地点と地点Oの間の水平距離を，m，v_0，θ，g のうち必要なものを用いて表せ。

問 3　初速度の大きさ v_0 を一定にしたままで，仰角 θ を変えて小球Aを投げる。地点Oから最も遠くに落下する場合の仰角 θ〔rad〕を求めよ。

問 4 落下した小球 A は地面に衝突してはね返り，地面との衝突を繰り返した。地面はなめらかな面で，小球 A と地面の衝突は非弾性衝突であり，反発係数を e とする。小球 A が地面に n 回目に衝突した地点と地点 O の間の水平距離を，m，v_0，θ，g，e，n のうち必要なものを用いて表せ。

II. 図 2 のように，地点 O に xy 平面の原点を，水平方向に x 軸を，鉛直上向きに y 軸をとる。質量 M の小球 B は，地点 O で静止していた質量 m の小球 A に衝突する。衝突直前の小球 B の速度は $\overrightarrow{V_0} = (\ V_0,\ 0\ )$ であったが，衝突直後に小球 A の速度は $\vec{v} = (\ v\cos\theta,\ v\sin\theta\ )$ となり，小球 B の速度は $\vec{V} = (\ V\cos\phi,\ -V\sin\phi\ )$ となったとする。ただし，$0 < V_0$，$0 < v$，$0 < V$ とする。また，図 2 のように，θ〔rad〕は $\vec{v}$ と x 軸のなす角度であり，ϕ〔rad〕は $\vec{V}$ と x 軸のなす角度である。$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$，$0 < \phi < \pi$ とする。なお，小球 A と小球 B の衝突は弾性衝突である。ただし，小球と地面との衝突は考えないものとする。

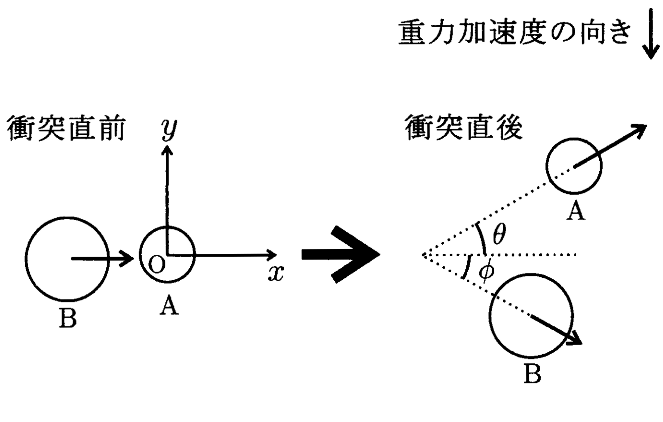

図 2

問 5 衝突によってはね上げられた直後の小球 A の速さ v を m，M，V_0，θ のうち必要なものを用いて表せ。

問 6 小球 A がはね上げられた後，しばらくして小球 A は $y = 0$ まで落下した。落下地点と地点 O の間の水平距離 L を m，M，V_0，θ，g のうち必要なものを用いて表せ。

問 7　距離 L が最も大きくなる場合を考えたい。m, M, V_0, g, d, Δd のうち必要なものを用いて，以下の空欄に入るべき数式を解答欄に記せ。

$Z = L^2$ とおくと，L の値が最大になる時に Z の値も最大となる。$\cos^2\theta = d \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ とおけば，十分に小さい d の変化である Δd に対して，Z の変化 $\Delta Z = Z(d + \Delta d) - Z(d)$ は，$(\Delta d)^n$ $(n > 1)$ の項を無視すると，$\boxed{\quad\text{(a)}\quad}$ と書ける。Z の値が最大となる場合，d の変化 $\Delta d \neq 0$ に対して $\Delta Z = 0$ となるので，L の値が最大になる $\cos\theta$ の値は $\boxed{\quad\text{(b)}\quad}$ となる。

III. II. では，小球 A と小球 B を合わせた 2 物体の重心 G の位置は，時間とともに移動する。II. の小球 A と小球 B の衝突を，重心 G とともに移動する観測者 P から観察する。なお，小球 A と小球 B の質量はそれぞれ m と M である。

問 8　観測者 P から見た小球 A と小球 B の運動を求めたい。m, M, V_0, Δt のうち必要なものを用いて，以下の空欄に入るべき数式を解答欄に記せ。

II. の座標系では，小球 A と小球 B の座標をそれぞれ (x_A, y_A) と (x_B, y_B) とすれば，2 物体の重心 G の座標は

$$(x_G,\ y_G) = \left(\frac{m\,x_A + M\,x_B}{m+M}, \frac{m\,y_A + M\,y_B}{m+M}\right)$$

と表される。衝突直前に小球 A は地点 O に静止しており，小球 B は水平方向（x 軸の正の向き）に速さ V_0 を持っていたので，微小時間 Δt の間における重心 G の座標の変化量は (Δx_G, Δy_G) $= \left(\boxed{\quad\text{(c)}\quad}, 0\right)$ と表される。ゆえに，重心 G の速度は $\left(\frac{\Delta x_G}{\Delta t}, \frac{\Delta y_G}{\Delta t}\right) = \left(\boxed{\quad\text{(d)}\quad}, 0\right)$ となる。よって，衝突直前において，重心 G とともに移動する観測者 P から見た小球 A の速度は $\left(\boxed{\quad\text{(e)}\quad}, 0\right)$ であり，小球 B の速度は $\left(\boxed{\quad\text{(f)}\quad}, 0\right)$ となる。

問 9　衝突直後に，観測者 P から見た小球 A の速度は $\overrightarrow{v'} = (v' \cos\theta', v' \sin\theta')$ となり，小球 B の速度は $\overrightarrow{V'} = (V' \cos\phi', -V' \sin\phi')$ となった。θ'〔rad〕は $\overrightarrow{v'}$ と x 軸のなす角度であり，ϕ'〔rad〕は $\overrightarrow{V'}$ と x 軸のなす角度である。ただし，$0 < \theta' < \pi$，$0 < \phi' < \pi$ とする。衝突直後における小球 A の速さ v'，小球 B の速さ V'，$\sin(\theta' + \phi')$ を m, M, V_0 のうち必要なものを用いて表せ。

問 10　小球 B の質量 M が小球 A の質量 m より大きい場合，II. の座標系で見た小球 B の角度 ϕ には上限がある。m，M，V_0 のうち必要なものを用いて，$\tan\phi$ の上限値を表せ。

〔2〕 図1のように，真空中に半径がそれぞれ R_{A} および R_{B} の一巻きの円形コイルAおよびBが同一面内に中心をそろえて置かれており，コイルAには平行板コンデンサーと起電力 V の直流電源が，コイルBには抵抗値 r の抵抗が，それぞれ接続されている。コンデンサーは，辺の長さが a，b の長方形の極板Aおよび極板Bで構成され，極板間の距離は d であり，極板間は真空である。ここで，d は a, b に比べて十分小さく，極板端部の電界の効果は無視できるとする。また，コイルAおよびBの電気抵抗も無視できるとする。ここでは，コンデンサー，直流電源，抵抗のサイズはコイルの半径に比べて十分小さく，コイルは円形コイルとみなして磁界を計算してよい。以下では，真空の誘電率および透磁率をそれぞれ ε_0 および μ_0 とする。

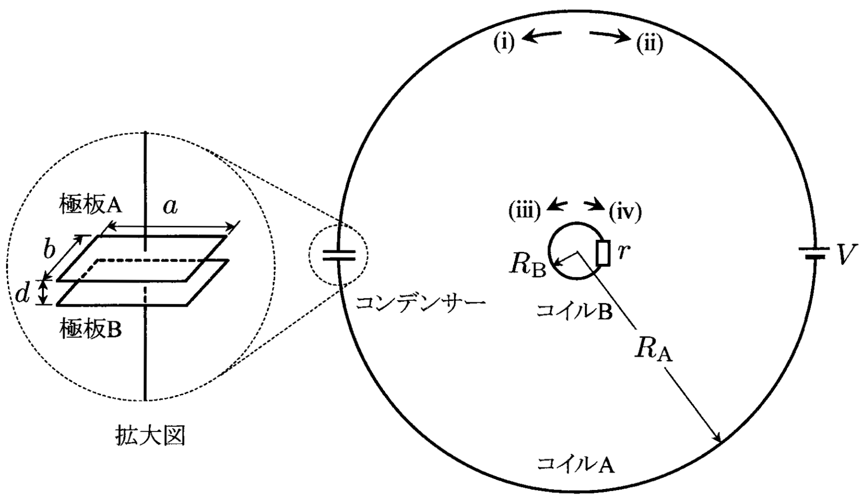

図1

I. いま，図1中のコンデンサーの極板内に，図2のように，辺の長さが a，b，d の直方体の誘電体を挿入する。誘電体の挿入長を図2に示すように s とする。誘電体を $s=0$ の地点から，初速度が0，加速度の大きさが $p\ (>0)$ で等加速度運動させるとコイルBに電流が流れた。誘電体の挿入長が $s=0$ のときの時刻を $t=0$ とする。以下の問に答えよ。ここで，コイルAの自己誘導による逆起電力は小さく無視できるとし，また，コイルBに流れる電流が作る磁界も弱く無視できるとする。なお，誘電体の比誘電率は $\varepsilon_{\mathrm{r}}\ (>1)$ であり，誘電体端部の電界の効果は無視できるとする。

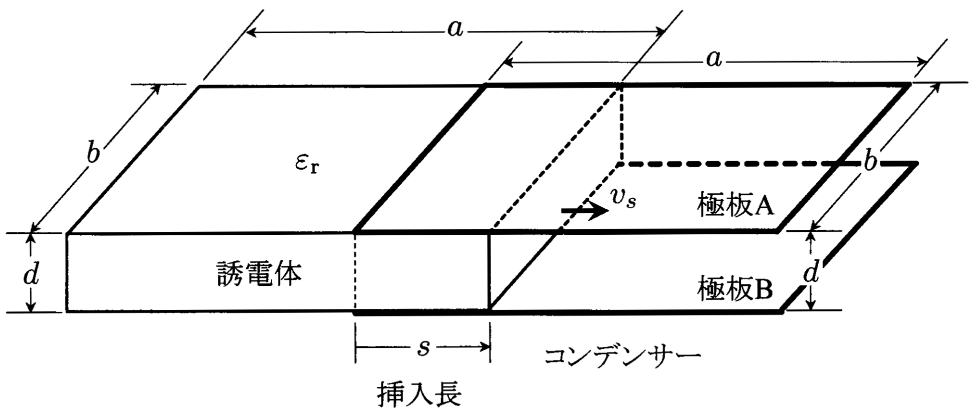

図 2

問 1 誘電体の挿入長が s $(0 \leqq s < a)$ のときにコンデンサーに蓄えられている電気量を a, b, d, s, ε_r, ε_0, V のうち必要なものを用いて表せ。

問 2 いま，時刻 t から微小時間 Δt の間に，誘電体の挿入長が s から $s + v_s\Delta t$ に変化したと近似して，この間にコイル A に流れる電流の大きさ I_A を v_s, a, b, d, ε_r, ε_0, V のうち必要なものを用いて表せ。ここで，v_s (> 0) は挿入長が s のときの誘電体の速度である。また，その電流の向きを図 1 中の記号 (i) または (ii) により示せ。

問 3 時刻 t において電流 I_A がコイルの中心につくる磁界の強さを R_A, I_A, μ_0 のうち必要なものを用いて表せ。またその向きは，図 1 において (ア) 紙面表から裏の向き，あるいは (イ) 紙面裏から表の向き，のうちのどちらであるか。(ア) または (イ) の記号で示せ。

問 4 時刻 t から微小時間 Δt の間に誘電体の速度が v_s から $v_s + p\Delta t$ になったとして，この間にコイル B に流れる電流 I_B の大きさを r, R_A, R_B, a, b, d, p, ε_r, ε_0, μ_0, V のうち必要なものを用いて表せ。また，その電流の向きを図 1 中の記号 (iii) または (iv) により示せ。ただし，コイル B の半径 R_B はコイル A の半径 R_A に比べて十分小さく，コイル B の内部の磁界は一様で中心の値に等しいとせよ。

問 5　誘電体を挿入し始めた直後にコイルBに流れる電流の大きさを I_{B0} として，誘電体の挿入長が0から a まで変化する間に抵抗 r で消費されるエネルギーを r，I_{B0}，a，p のうち必要なものを用いて表せ。

II. 次に，コンデンサーに挿入した誘電体を取り除いたうえで，図1のコンデンサーに対して図3のように，極板Aの辺 a_1a_2 と極板Bの辺 b_1b_2 の位置を固定したまま辺 a_3a_4 と辺 b_3b_4 を上下に等しく広げる変形を与えたところ，コイルBに電流が流れた。辺 a_3a_4 と辺 b_3b_4 の距離が $d + \Delta d$ である瞬間について，次の問いに答えよ。ここで，Δd $(\neq 0)$ は d に比べて十分小さいとする。以下では，図3のように頂点 a_1 と頂点 b_1 の中点を原点とし，x 軸を頂点 a_4 と頂点 b_4 の中点の方向にとる。また，Δd は小さいため，極板間距離を広げた後も極板の x 方向の長さは a で近似できるものとする。

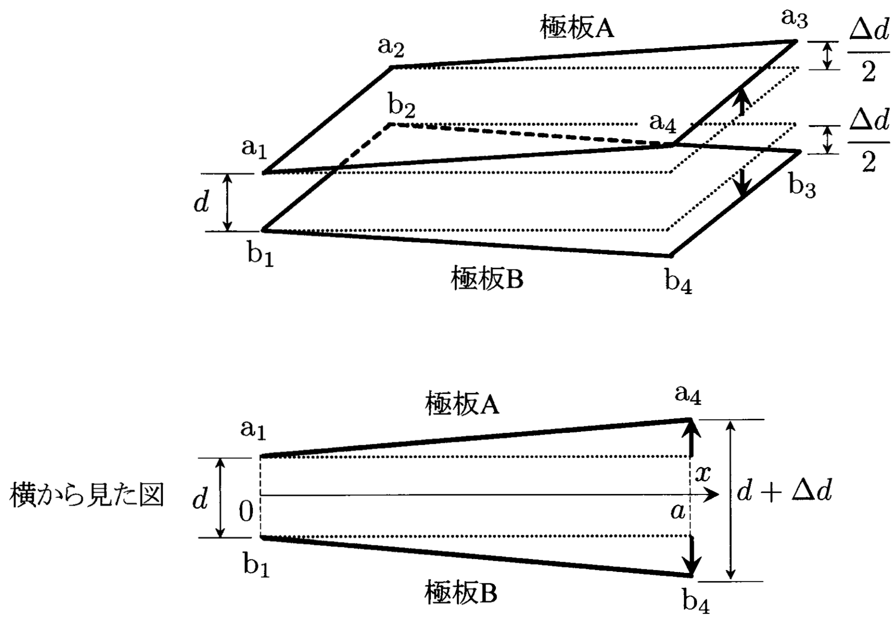

図 3

問 6 このときの，このコンデンサーの電気容量を，図 4 のように極板を n 個の微小区間に等分割してできた，電気容量が C_k の微小平行板コンデンサーを合成した電気容量であると考えよう。ただし k は 1 から n までの整数である。次の文章の空欄に入れるべき数式を解答欄に記せ。

極板 AB 間の距離は図 5 に示す x の 1 次関数で表される。原点側から数えて k 番目の微小平行板コンデンサーの極板間の距離が $x = \dfrac{a}{n}(k-1)$ における極板 AB 間の距離であるとすれば，この極板間の距離は d，Δd，n，k を用いて $\boxed{\quad(\text{a})\quad}$ と表される。したがって，微小平行板コンデンサーの合成容量は a，b，d，Δd，n，k，ε_0 を用いて $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \boxed{\quad(\text{b})\quad}$ と表される。いま，分割数 n が十分大きいときの微小平行板コンデンサーの合成容量は，次の近似を適用すれば a，b，d，Δd，ε_0 を用いて $\boxed{\quad(\text{c})\quad}$ と表される。

n が十分大きく，かつ δ が 1 に比べて十分小さい場合:

$$\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{1+\delta\dfrac{k-1}{n}} \fallingdotseq 1-\frac{\delta}{2}$$

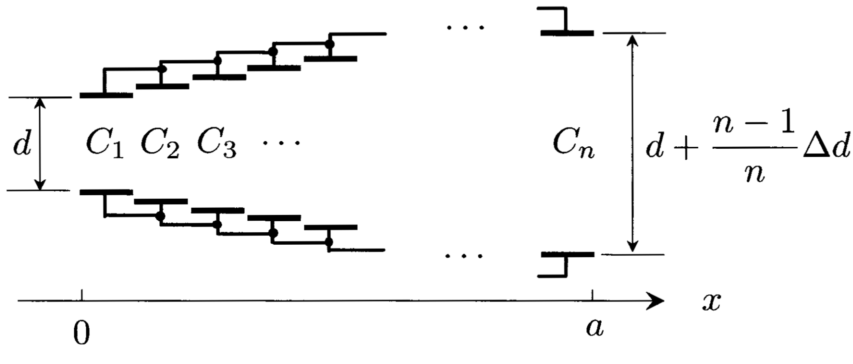

図 4

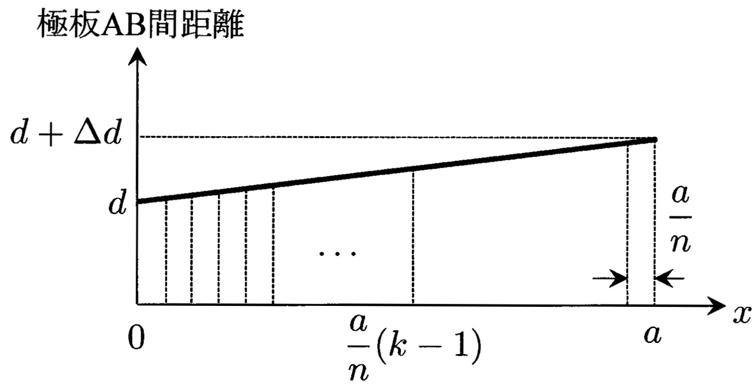

図 5

問 7　図1のように直流電源とコンデンサーはつながっている。位置 x における極板A上の単位面積あたりの電気量を x, a, d, Δd, ε_0, V のうち必要なものを用いて表せ。

問 8　横軸を x，縦軸を極板A上の単位面積あたりの電気量 σ として，変形前と変形後の σ の分布をグラフに描くとどのようになるか。図6中の(あ)から(こ)の中から最も適切なものを選べ。ただし，図中の σ_0 は極板を広げる前の極板A上の単位面積あたりの電気量である。

問 9　辺 a_3a_4 と辺 b_3b_4 を上下に等しく広げる際，それぞれの辺の初速度を0，加速度の大きさを $\frac{q}{2}$ で一定とする。極板を広げ始めた直後にコイルBに流れる電流の大きさを r, R_A, R_B, a, b, d, q, ε_0, μ_0, V のうち必要なものを用いて表せ。

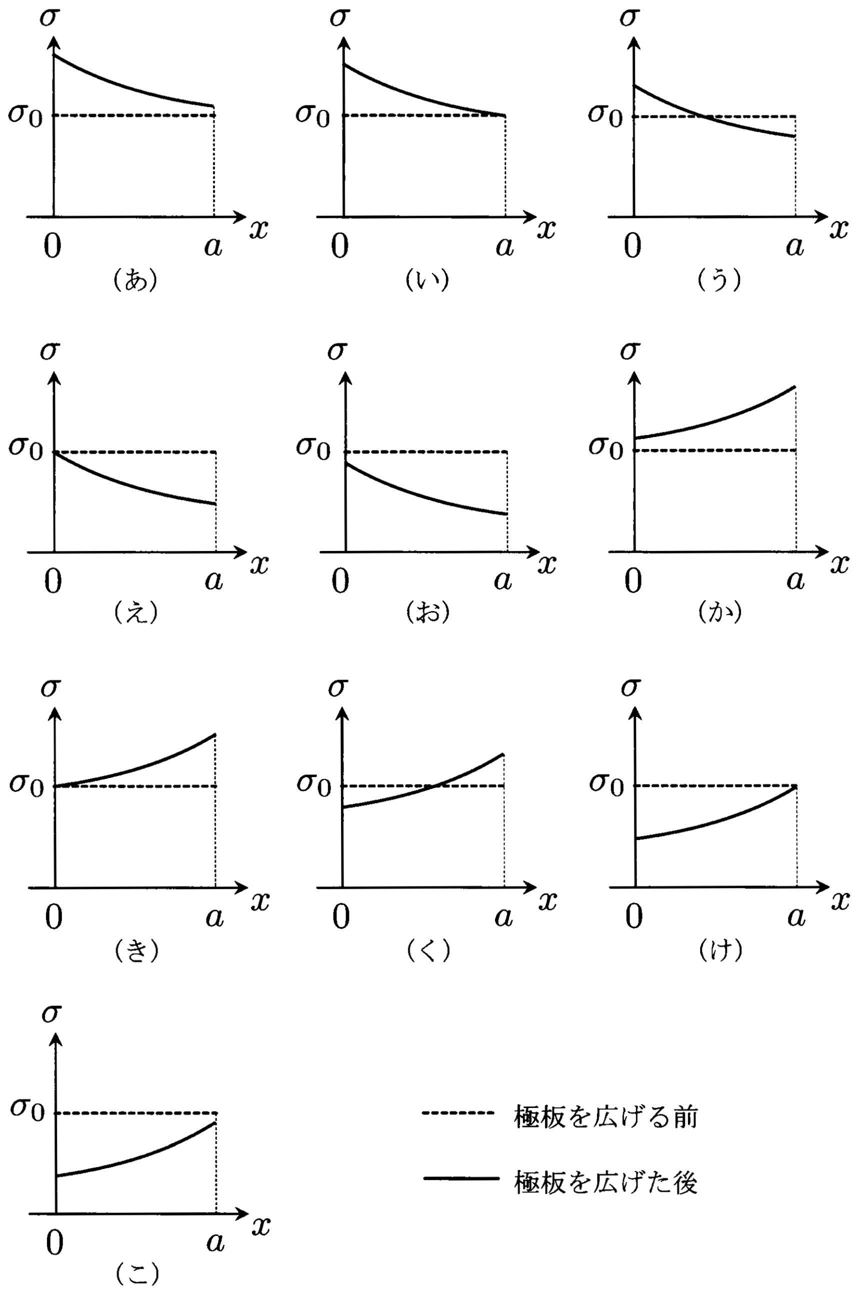

図 6

〔**3**〕 以下の**A**と**B**の両方の問題に解答せよ。なお**A**と**B**は独立した内容の問題である。

A. 図 1 のように熱を通さない物質でできた 2 つの風船をつなぎ合わせた気球がある。一方の風船には単原子分子理想気体である気体 A，もう一方の風船には二原子分子理想気体である気体 B が入っている。風船はそれぞれ密閉されていて気体 A，B は混合しない。風船の材質は力を伴わずに伸び縮みできるので，風船内の気体の圧力は大気圧と常に一致しているとする。2 つの風船の接続部には遠隔制御できるヒーター，冷却器，断熱板がある。断熱板を開いているときは，気体 A，B は互いに熱を交換できる。断熱板を開いた状態でヒーターや冷却器を用いると，両気体の温度を一致させたまま温度をゆっくりと変化させることができる。気球を構成する物質のうち，気体 A，B 以外の部分の質量，体積，熱容量は考慮しなくてよい。温度はすべて絶対温度とする。

気体 A，B の物質量，モル質量，定積モル比熱，定圧モル比熱を表 1 に示す。R は気体定数，モル質量は 1 モルあたりの質量である。大気はモル質量が M の理想気体であるとする。地面からの高度が高くなるほど大気の圧力や密度は小さくなるが，気体 A，B の状態を計算する場合には気球の中心高度に対応する大気圧を気体の圧力として用い，各風船内で圧力や密度が一様であるとしてよい。風の影響はないものとする。地上の大気の圧力は p_0，温度は T_0 であった。重力加速度の大きさを g とし，高度によらず一定とする。

I. 最初，図 1 のように気球は地面に着地しており，気体 A，B の温度は大気の温度 T_0 と同じであった。断熱板を開いた状態でヒーターを用いて気体 A，B を同時に温めたところ，温度が T_1 になったときに気球が地面を離れて浮き始めた。以下の問に n，M，M_{A}，M_{B}，p_0，T_0，R，g のうち必要なものを用いて答えよ。

問 1 気球が浮き始めたとき，気球に働いている単位体積あたりの浮力の大きさを求めよ。

問 2 T_1 を求めよ。

問 3 温度が T_0 から T_1 になるまでにヒーターが気体 A，B に与えた熱量の合計を求めよ。

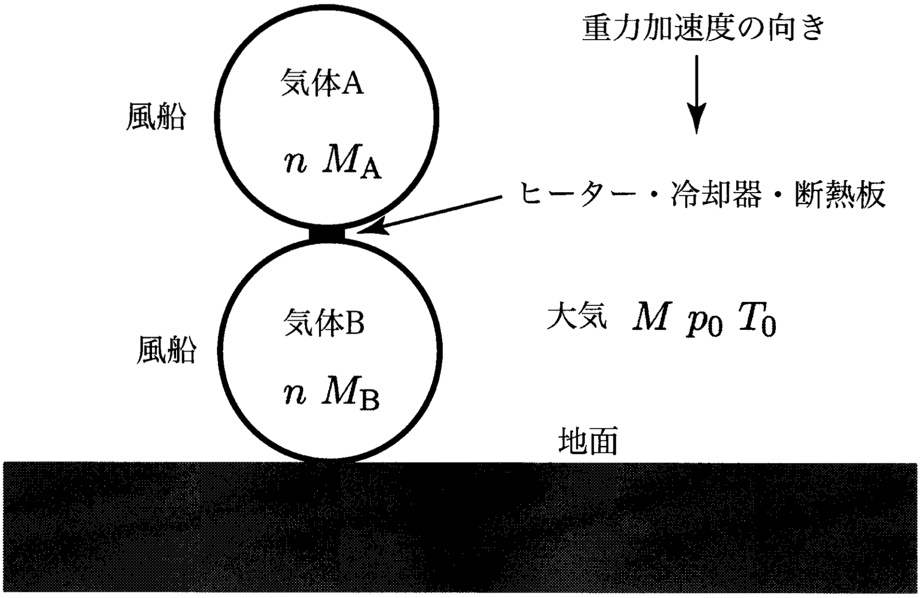

図 1

表 1 風船内の気体に関する量

気体	物質量	モル質量	定積モル比熱	定圧モル比熱
気体 A (単原子分子理想気体)	n	M_A	$\frac{3}{2}R$	$\frac{5}{2}R$
気体 B (二原子分子理想気体)	n	M_B	$\frac{5}{2}R$	$\frac{7}{2}R$

II. つぎに，気球が上昇していかないようにひもで地面に固定した。気体 A，B の温度が T_2 となるまで温めた時点でヒーターを停止し，断熱板を閉じて気体 A，B の熱交換を遮断した。気球からひもを外したところ，気球は上空にゆっくりと上がっていき，ある高度で静止した。静止した気球の中心高度の大気圧は地上の大気圧の a 倍であった。a の大きさの範囲は $0 < a < 1$ である。上空で静止したときの気体 A の温度を T_A，気体 B の温度を T_B とする。

問 4　T_{A} と T_{B} を n，M，M_{A}，M_{B}，a，p_0，T_2，R，g のうち必要なものを用いて表せ。なお，気体 A，B の圧力変化は十分ゆっくりであるので，理想気体の断熱膨張過程では圧力 (p) と体積 (V) が「$pV^{\gamma}=$一定」の関係を満たすことを使用してよい。ここで γ は定圧モル比熱を定積モル比熱で割った値である。

問 5　つづいて，上空で静止している気球の断熱板を開き，気体 A，B の温度が一致するまで熱交換を進めたところ，気球の高度が変わった。冷却器で両気体を冷やして温度を T_3 にすると，断熱板を開く前と同じ中心高度に戻って静止した。T_3 を n，M，M_{A}，M_{B}，a，p_0，T_{A}，T_{B}，R，g のうち必要なものを用いて表せ。ただし，T_2 を用いないこと。

B． 一様で流れがない大気中を速さ V で伝わる音を考える。音は大気中に静止した音源から，等方的に球面波として発せられる。観測者と音源の大きさは無視できるとし，音の伝わり方は音源により乱されないとする。 図 2 の点 S で音源が振動数 f_0 の音を発している。この音の振動数を，観測者が点 S から距離 d だけ離れた点 O を中心とする半径 r $(> d)$ の円軌道上で，図 2 のように反時計回りに角速度 ω で等速円運動しながら観測する。このとき観測者が観測する音の振動数は，観測者と音源を結ぶ直線方向の速度成分を用いて求めることができる。観測者の位置を点 P，$\angle$POS の角度を θ とする。観測者が，時刻 $t = 0$ に $\theta = 0$ の点を通過してから，この円を一周する間について以下の問に答えよ。音源からの音は $t = 0$ で既に観測者に届いているとする。観測者の速さは音速より十分遅いとする。なお，観測者の加速度は十分小さいとし，音の振動数を計算する際は，その時点での観測者の速度を一定として計算せよ。また，角度の単位はラジアンとする。

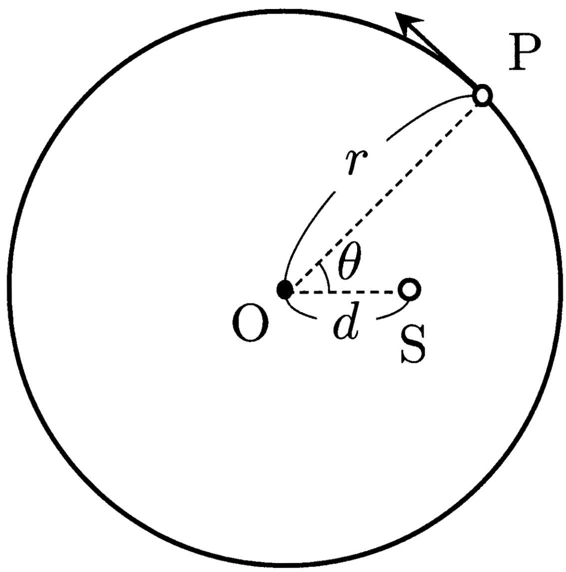

図 2

問 6 観測者が $t = 0$ に f_0 の振動数を観測したのち，ふたたび f_0 の振動数を観測する最初の時刻を，V，f_0，d，ω，r のうち必要なものを用いて表せ。

問 7　観測者が観測する音の振動数を求めるには，観測者の速度の SP 方向 (S から P に向う方向) の成分 v_{SP} が必要である。角度 θ の位置における観測者の v_{SP} を V，f_0，d，ω，r，θ のうち必要なものを用いて表せ。

ヒント：v_{SP} は観測者の速度ベクトル $\vec{v}$ と，SP 方向を表すベクトル $\overrightarrow{\mathrm{SP}}$ とその大きさ $|\overrightarrow{\mathrm{SP}}|$ を用いて，$\vec{v}\cdot\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{SP}}}{|\overrightarrow{\mathrm{SP}}|}$ のように内積を使って求めることができる。

問 8　問 7 の v_{SP} の大きさを計算すると，$\cos\theta = \dfrac{d}{r}$ となる θ において最大となることがわかった。このことを用い，次の文章の $\boxed{\text{(a)}}$ と $\boxed{\text{(b)}}$ に入るべき数式を，V，f_0，d，ω，r のうち必要なものを用いて解答欄に記せ。

観測者が最小の振動数を観測したときの v_{SP} の大きさは，$\boxed{\text{(a)}}$ と表される。したがって，観測者が観測する最小の振動数は $\boxed{\text{(b)}}$ と表される。

問 9　観測者が観測する最大の振動数を，V，f_0，d，ω，r のうち必要なものを用いて表せ。

問 10　$r = 2d$ であるとき，観測者が最小の振動数を観測してから次に最大の振動数を観測するまでにかかる時間を，V，f_0，d，ω のうち必要なものを用いて表せ。