令和4年度

前期日程

理科問題

〔注　意〕

1. 問題冊子及び解答用冊子は，試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 問題冊子は，物理，化学，生物の順序で1冊にまとめてある。

   問題は｛物理　2ページから17ページ／化学　18ページから30ページ／生物　31ページから45ページ｝にある。

   ページの脱落があれば直ちに申し出ること。
3. 解答用紙は，物理3枚，化学5枚，生物4枚が一緒に折り込まれている。受験する科目の解答用紙をミシン目に従って切り離すこと。
4. **受験番号は，受験する科目の解答用紙の受験番号欄（1枚につき2か所）に1枚ずつ正確に記入すること。**
5. 解答は，1ページの「**理科の解答についての注意**」の指示に従い，解答用紙の指定されたところに記入すること。
6. 問題冊子の余白は，適宜下書きに使用してもよい。
7. 配付した解答用紙は持ち帰ってはいけない。
8. 問題冊子は持ち帰ること。

見本

「理科の解答についての注意」

理学部志願者

○　**数学科，化学科，生物科学科生物科学コース**を志望する者は，物理，化学，生物の 3 科目のうちから 2 科目を選んで解答すること。

○　**物理学科**を志望する者は，物理を必須科目とし，そのほかに化学または生物のうちから 1 科目を選んで解答すること(計 2 科目)。

○　**生物科学科生命理学コース**を志望する者は，物理と化学の 2 科目を解答すること。

医学部医学科・医学部保健学科(放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻)・歯学部・薬学部志願者

物理，化学，生物の 3 科目のうちから 2 科目を選んで解答すること。

医学部保健学科(看護学専攻)志願者

物理，化学，生物の 3 科目のうちから 1 科目を選んで解答すること。

工学部・基礎工学部志願者

物理を必須科目とし，そのほかに化学または生物のうちから 1 科目を選んで解答すること(計 2 科目)。

物　理　問　題

（解答はすべて物理解答用紙に記入すること）

〔1〕　図1のように，水平方向に x 軸，鉛直上向きに y 軸をとった平面内における質量 M の物体Aと質量 m の物体Bの運動を考える。物体Aは，x 軸に平行に固定された棒に沿って滑らかに動くことができる。また，物体Aと物体Bは伸び縮みしない長さ ℓ で質量の無視できる糸でつながれている。糸と鉛直方向とのなす角度 θ〔rad〕を，図1に示すように定義する。物体Aと棒の間の摩擦力は無視でき，また，物体Aおよび物体Bは質点とみなしてよい。重力加速度の大きさを g とする。

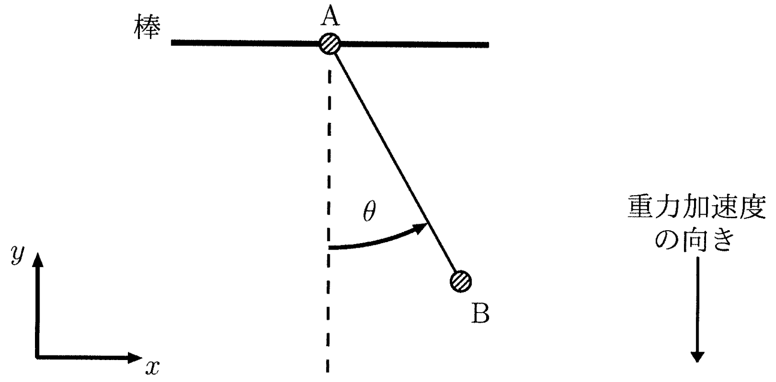

図1

I. まず，物体Aを棒の一点に動かないように固定する。糸がたるまないように物体Bを持ち上げ，静かに離すと物体Bは振動をはじめた。このとき，以下の問に答えよ。

問1　以下の文中の空欄に入れるべき数式を解答欄に記せ。

糸の角度が θ のとき，糸の張力の大きさを S，物体Bの加速度の x 成分および y 成分を，それぞれ，a_x および a_y とするとき，物体Bの運動方程式は，$ma_x = \boxed{\text{(a)}}$ および $ma_y = \boxed{\text{(b)}}$ と表される。

問2　$|\theta|$ が十分に小さいとき，物体Bは水平方向にのみ運動すると考えてよい。このとき，問1で求めた運動方程式において，$\sin\theta \fallingdotseq \theta$，$\cos\theta \fallingdotseq 1$ と近似し，振動の周期 T を求めよ。

II. 次に，物体Aを棒に沿って動かす。ただし，物体Aの加速度の x 成分が，図2に示すように，$\dfrac{T}{2}$ ごとに $\pm\alpha$（$\alpha > 0$）で符号が変わるように物体Aを加減速させながら動かす。ここで，T は問2で求めた周期である。また，時刻 $t = 0$ で糸は鉛直で，物体はいずれも静止しており，このときの物体の位置の x 座標を0とする。なお，物体Bの振動の振幅は十分小さく，$|\theta|$ は十分に小さいとしてよい。このとき，以下の問に答えよ。

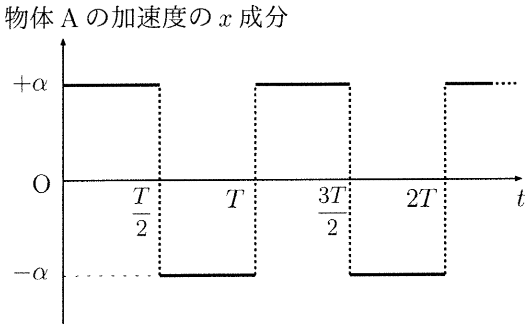

図2

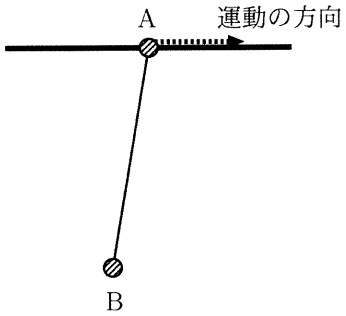

図3

問 3　時刻 $t = nT$（n は自然数）における物体Aの x 座標 x_n を求めよ。

問 4　時刻 t が $0 < t < \dfrac{T}{2}$ の間の運動を考える（図3)。このとき，以下の文中の空欄に入れるべき数式を解答欄に記せ。

物体Aとともに動く非慣性系で物体Bに作用する慣性力の水平成分は，右向きを正として $\boxed{\text{(c)}}$ であるので，この非慣性系で，物体Bは初期位置から水平方向に右向きを正として，$\boxed{\text{(d)}}$ だけずれた位置を中心として，周期が T の単振動を半周期だけする。したがって，時刻 $t = \dfrac{T}{2}$ で，糸の角度 θ は $\boxed{\text{(e)}}$ となり，この非慣性系で物体Bは静止する。ただし，角度 θ は図1のように定義する。

問 5　時刻 $t = nT$（n は自然数）における糸の角度 θ_n を求めよ。

問 6　物体Aが図2に示す加速度の x 成分をもつためには，物体Aに重力，糸からの張力，棒からの抗力以外に，外力を作用させる必要がある。$t = \dfrac{T}{6}$ における外力の x 成分を求めよ。

III. 次に，物体Aを水平な棒に沿って自由に動けるようにする。糸が鉛直で，物体Aが静止している状態で，物体Bに x 軸の正の向きに大きさ v_0 の速度を与えたところ，糸はたるまずに，また，糸の角度 θ が $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ のある範囲で，物体Bは振動した。図4には，ある時刻における，物体Aおよび物体Bの運動の様子を点線で示す。ただし，$|\theta|$ は微小とは限らない。このとき，以下の問に答えよ。

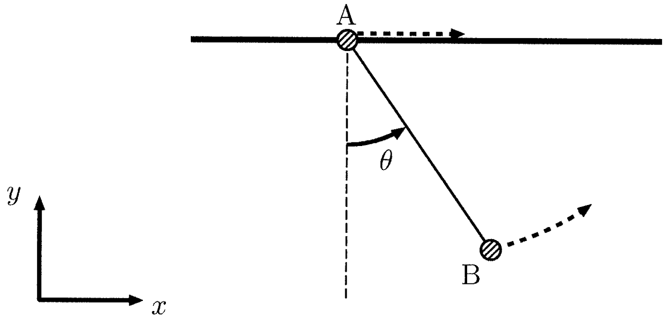

図 4

問 7　物体Bが最高点に達したときの，物体Aの速さを求めよ。

問 8　物体Bの最高点の高さを，物体Bの初期位置を基準として求めよ。

（計算用余白）

〔2〕 図1のような回路をブリッジ回路という。いくつかのブリッジ回路に関する問題を考える。ただし，導線の電気抵抗と電源の内部抵抗は，共に無視できるほど小さいものとする。

I. 図1の回路において，抵抗1，2，3，4の抵抗値が，それぞれ R_1〔Ω〕，R_2〔Ω〕，R_3〔Ω〕，R_4〔Ω〕であるとする。検流計Gに電流は流れていないものとする。直流電源の電圧の大きさを E〔V〕とする。このとき，以下の問に答えよ。

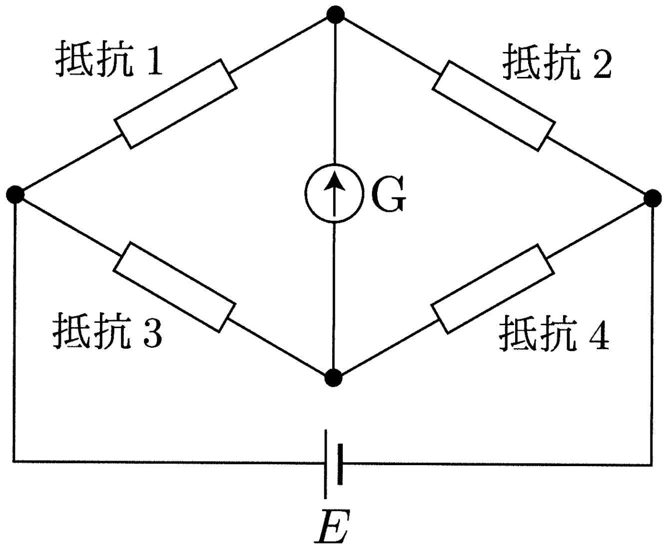

図1

問 1　抵抗1に加わる電圧の大きさ V_1〔V〕と，抵抗2に加わる電圧の大きさ V_2〔V〕の比 $\dfrac{V_2}{V_1}$ を，E，R_1，R_2，R_3 のうち，必要なものを用いて表せ。

問 2　R_4〔Ω〕を，R_1，R_2，R_3 を用いて表せ。

II. 単一の抵抗に加わる電圧と流れる電流との間の関係を，電流–電圧特性という。電流–電圧特性が直線で表せない抵抗のことを非直線抵抗という。図 1 の回路が非直線抵抗を含む場合について考える。

図 1 の回路において，抵抗 1 は非直線抵抗 X，抵抗 2，3 はそれぞれ抵抗値が R_2〔Ω〕，R_3〔Ω〕の抵抗，抵抗 4 は非直線抵抗 Y であるとする。非直線抵抗 X および非直線抵抗 Y の電流–電圧特性は未知であるとする。検流計 G に電流は流れていないものとする。直流電源の電圧の大きさを E〔V〕とする。このとき，以下の問に答えよ。

問 3　抵抗 1 に加わる電圧の大きさを V_X〔V〕，抵抗 1 を流れる電流の大きさを I_X〔A〕とする。抵抗 2 にオームの法則を適用することによって，I_X〔A〕を V_X，E，R_2 を用いて表せ。

問 4　$E = 4.0$ V，$R_2 = 1.0\ \Omega$，$R_3 = 2.0\ \Omega$ とする。このとき，以下の (a)，(b) の 2 つの場合について，それぞれ答えよ。

(a) 非直線抵抗 X として，図 2 の（あ）に示される電流–電圧特性を持つ非直線抵抗を用いた場合を考える。このとき，V_X〔V〕，および，抵抗 4 に加わる電圧の大きさ V_Y〔V〕を，それぞれ有効数字 2 桁で求めよ。

(b) 非直線抵抗 X と非直線抵抗 Y として，図 2 の（あ），（い），（う），（え）に示される電流–電圧特性を持つ非直線抵抗のいずれかを，それぞれ用いた場合を考える。非直線抵抗 X と非直線抵抗 Y の電流–電圧特性として，最も適した組み合わせを答えよ。解答においては，それぞれを（あ），（い），（う），（え）から一つずつ選ぶこと（例：「X：（い），Y：（あ）」）。なお，「X：（い），Y：（い）」のように，X と Y について同じ選択肢を選んでもよい。

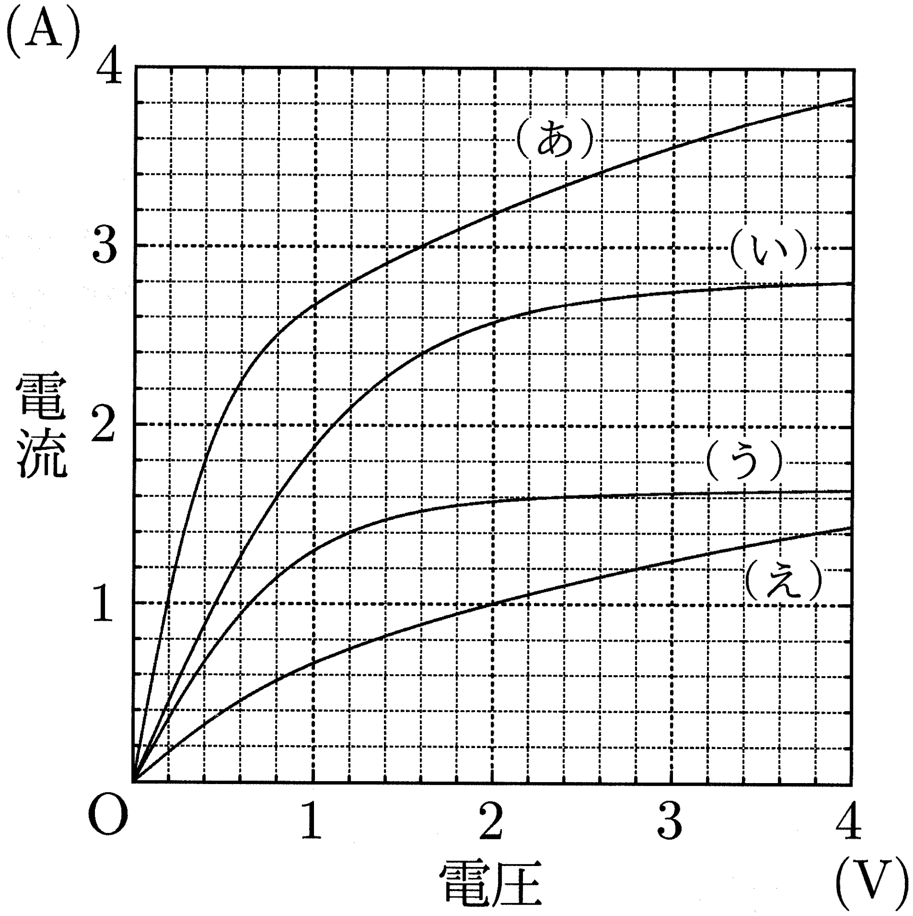

図 2

III. さらに，図 3 の回路について考える。交流電源の電圧は，最大値が E_0〔V〕，角周波数が ω〔rad/s〕であり，点ウを基準とした点アの電位は，時刻 t〔s〕において $E_0\cos(\omega t)$ となる。抵抗 5，6 の抵抗値を R〔Ω〕，コンデンサの電気容量を C〔F〕，コイルの自己インダクタンスを L〔H〕とする。交流電流計は，交流電流の大きさを測定できる装置である。測定の結果，あらゆる時刻において常に，点イと点エの間には電流が流れていないことがわかった。このとき，以下の問に答えよ。なお，図 3 における矢印の向きを電流の正の向きとする。また，実数 α，β，γ，θ に対して成り立つ，以下の公式を，必要に応じて用いてよい。

$$\alpha\cos\theta+\beta\sin\theta=\sqrt{\alpha^2+\beta^2}\cos(\theta+\gamma)\quad\left(\cos\gamma=\frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}},\ \sin\gamma=-\frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}\right)$$

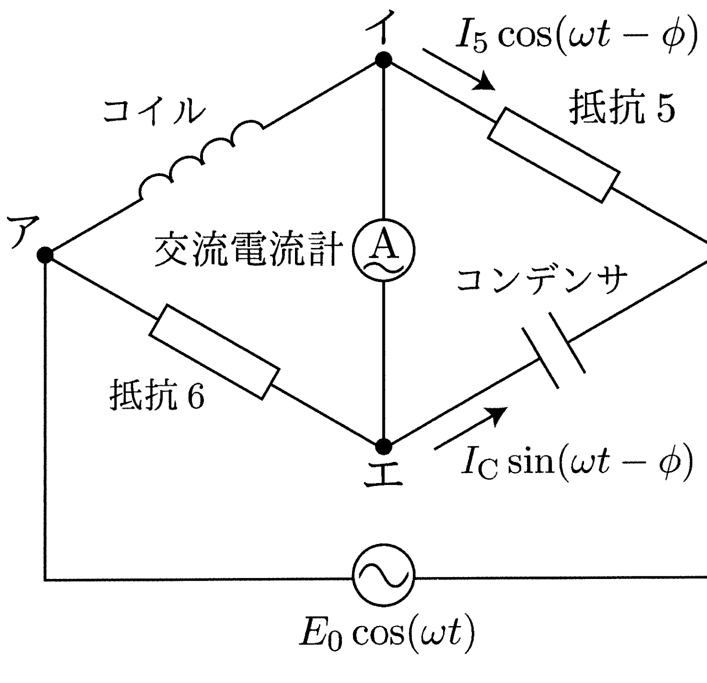

図 3

問 5　抵抗5を流れる電流を，その最大値 I_5〔A〕と，交流電源の電圧との位相差 ϕ を用いて，$I_5\cos(\omega t - \phi)$ と表す。このとき，以下の文中の空欄 (a)～(d) に入るべき数式を解答欄に記入せよ。ただし，(a)，(b) については I_5，ω，R，L のうち必要なものを用いて表し，(c)，(d) については E_0，ω，R，L のうち必要なものを用いて表せ。

> 点ウを基準とした点イの電位は $\boxed{\quad(a)\quad}$ $\cos(\omega t - \phi)$ と表され，点イを基準とした点アの電位は $\boxed{\quad(b)\quad}$ $\sin(\omega t - \phi)$ と表される。これらの和が，交流電源の電圧 $E_0\cos(\omega t)$ と等しい。よって，$I_5 = \boxed{\quad(c)\quad}$〔A〕，$\tan\phi = \boxed{\quad(d)\quad}$ であることがわかる。

問 6　コンデンサを流れる電流は $I_C\sin(\omega t - \phi)$ と表せる。I_C〔A〕を，I_5，ω，R，C のうち必要なものを用いて表せ。

問 7　C〔F〕を ω，R，L のうち必要なものを用いて表せ。

（計算用余白）

〔3〕 以下のAとBの両方の問題に解答せよ。なおAとBは独立した内容の問題である。

A. 図1のような固定されたシリンダー内に，なめらかに動く2つのピストンがある。ピストンで仕切られたシリンダー内の各領域を，左から部屋A，部屋B，部屋Cとよぶ。部屋Aと部屋Bをピストン1，部屋Bと部屋Cをピストン2が仕切る。部屋Aと部屋Cの中にあるヒーターH_AとヒーターH_Cを用いて，それぞれの部屋の内部にある気体を加熱することができる。シリンダー，ピストン，ヒーターをあわせて装置とよぶことにする。装置の熱容量は無視できる。

この装置のピストンを，外部から動かしたり固定したりすることができる。ピストンがヒーターにぶつからない範囲で動く場合について考える。各部屋にはそれぞれ1モルずつ，同一の理想気体が入っている。この理想気体の定積モル比熱をC_V，定圧モル比熱をC_pとする。気体定数をRとする。

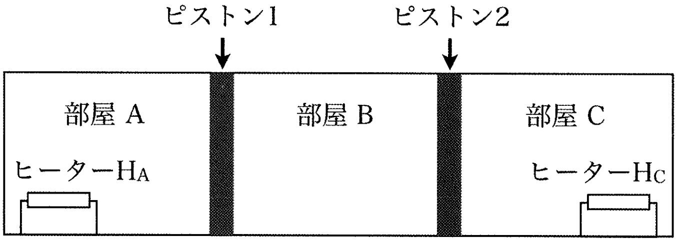

図 1

I. この装置を絶対温度T_0の環境に置いて，順番に以下の操作をする。はじめ，部屋A，B，Cの気体の体積はいずれもV_0であった。装置は外部に熱を通すものとする。以下の問に答えよ。

図2に，絶対温度Tが一定である1モルの理想気体の圧力と体積の関係を示す。解答にあたっては，図2の斜線部の面積が$RT\log\dfrac{V_2}{V_1}$であることを用いてよい。ここでの$\log x$は，$\log_e x$である。$e\,(=2.71828\cdots)$は無理数であり，eを底とする対数を自然対数という。

問 1 まず，ピストン2を固定した状態でピストン1を十分にゆっくりと右に動か

し，部屋 A の気体の体積が $\frac{4}{3}V_0$ となったところでピストン 1 を固定した。このときの，部屋 B の気体の圧力 p_B を，R，T_0，V_0 を用いて表せ。

問 2　問 1 の操作によってピストン 1 が部屋 B の気体にした仕事 W_B を，R，T_0，V_0 のうち必要なものを用いて表せ。

問 3　問 1 で最後にピストン 1 を固定した状態からピストン 2 を十分にゆっくりと左に動かし，部屋 C の気体の体積が $\frac{4}{3}V_0$ となったところでピストン 2 を固定した。問 1 の操作を始める前からここにいたるまでの変化について，以下の量を求めよ。必要であれば、R，C_V，T_0，V_0 を用いてよい。

(a) 3 つの部屋内にある気体の内部エネルギーの増加量の総和 ΔU

(b) 装置から外部に放出された熱の総量 Q

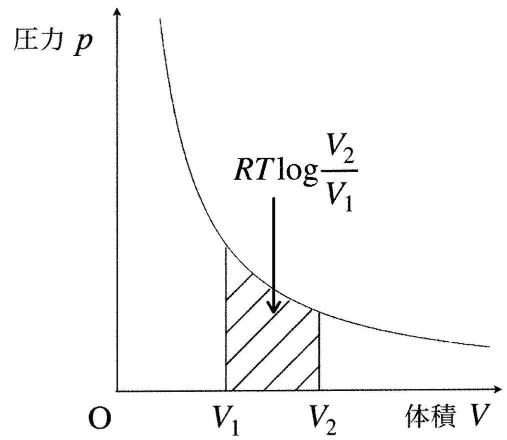

図 2

II. ふたたび，各部屋の気体の体積が V_0，絶対温度が T_0 である状態から操作を始める。これ以降は装置を断熱材で覆い，シリンダーの外壁を通した外部との熱のやりとりが起きないものとする。2 つのピストンは固定されていない。ピストンは熱を通さない素材でできており，部屋の間での熱のやりとりはないものとする。このときの装置と気体の状態を状態（あ）とする。

まず，ヒーター H_A を用いて部屋 A の気体をゆっくりと加熱したところ，2 つのピストンがゆっくりと動き始めた。加熱をやめてから十分に時間が経ち，2 つ

のピストンが静止したときの装置と気体の状態を，状態（い）とする。さらに，ヒーターH_Cを用いて部屋Cの気体をゆっくりと加熱したところ，2つのピストンがゆっくりと動き始めた。加熱をやめてから十分に時間が経ち，2つのピストンが静止したときの装置と気体の状態を，状態（う）とする。状態（う）において，部屋A，B，Cの気体の体積比は4：1：4になっていた。以下の問に答えよ。

解答にあたっては，pを理想気体の圧力，Vを理想気体の体積とすると，断熱過程においてpV^{γ}が一定に保たれることを用いてよい。ただし，$\gamma = \dfrac{C_p}{C_V}$である。

問 4　状態（う）における部屋Bの気体の絶対温度T_Bを，γ，T_0のうち必要なものを用いて表せ。

問 5　ヒーターH_Aが部屋Aの気体に与えた熱をQ_1，ヒーターH_Cが部屋Cの気体に与えた熱をQ_2とする。$Q_1 + Q_2$をγ，C_V，T_0を用いて表せ。

問 6　状態（い）における部屋A，B，Cの気体の体積を，それぞれV_A，V_B，V_Cとする。$V_A : V_B : V_C$を，最も簡単な整数の比で表せ。

B. X線は可視光や紫外線よりも波長の短い光であり，加速した電子を物質の表面に照射すると発生する。

I. 図1のような装置を使用して，X線を発生させる場合について考える。ただし，フィラメントの電源の電圧 V_0 は，高圧電源の電圧 V に対して十分に小さい。

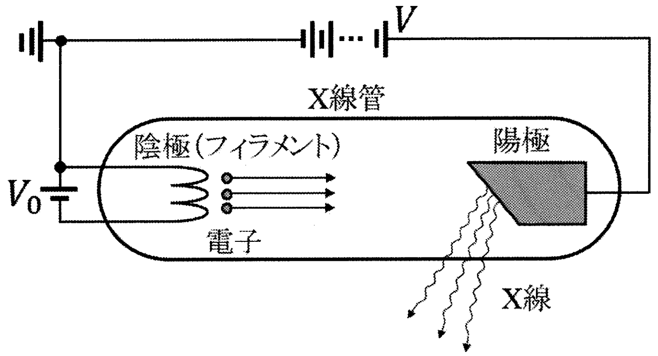

図1

陰極・陽極間に高電圧 V を加えるとX線が発生し，発生するX線の波長とその強度の関係（X線波長スペクトル）は，図2のようになる。連続X線と，特定の波長に強い強度をもつ固有X線（特性X線）が発生することがわかる。電子の質量を m，電子の電荷を $-e$，プランク定数を h，光の速さを c として，以下の問に答えよ。

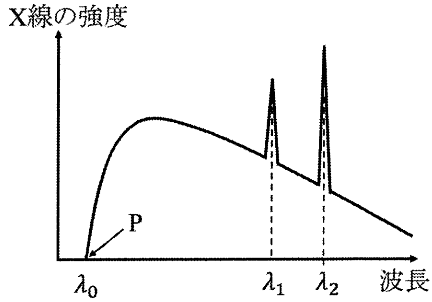

図2

問 7 図2に示されている点Pの波長（最短波長）λ_0 を h，c，m，e および V のうち必要なものを用いて表せ。

II. 図3のような原子モデルを使って，原子番号が Z（$10 < Z \leqq 18$）の原子が放出する固有X線を考える。中心に電荷 $+Ze$ を持つ原子核があり，そのまわりを電子が等速円運動している。

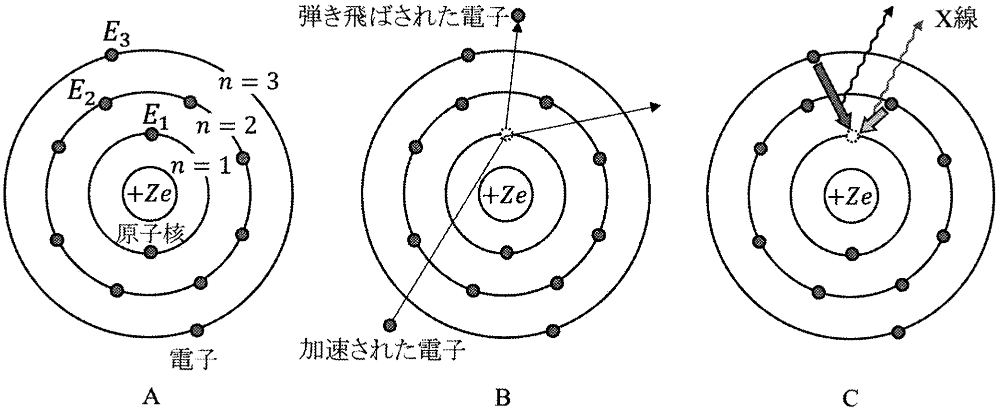

図3

軌道上の電子は，次の量子条件にしたがう。

$\boxed{\text{量子条件}}$ 原子内の電子は，円軌道の周の長さが物質波の波長の n 倍（n は正の整数）であるときに，定常状態として安定に存在できる。

円軌道上の電子は，図3Aのように，定まった個数（$n = 1$ の軌道には2個，$n = 2$ の軌道には8個，$\cdots$）だけ，低いエネルギー準位から状態を占めていく。同一（n 番目）の軌道にある電子は，同じエネルギー準位 E_n をもつとする（$E_n < 0$）。円軌道にある電子には，原子核との間にクーロン力がはたらき，他の電子から力は受けないとする。ただし，$n \geqq 2$ の軌道にある電子からは，より内側の軌道にある電子の数の分だけ，原子核の電荷を打ち消すように見えるため，クーロン力は補正を受ける（例えば，図3Aの $n = 2$ の軌道にある電子からは，原子核の電荷が $+(Z-2)e$ に見える）。

固有X線は，次の振動数条件にしたがって放出される。

$\boxed{\text{振動数条件}}$ 図3Bのように，加速された電子が原子内の電子を弾き飛ばしたとき，図3Cのように，外側の軌道の電子がより内側の軌道に移って，エネルギー準位差に対応する振動数のX線が放出される。

軌道上の電子の速さは，光の速さ c より十分に遅いとして，以下の問に答えよ。

問 8　図 3A の $n = 3$ の軌道の半径を r_3 としたとき，クーロン力と遠心力のつり合いの関係から，r_3 を，h，m，e，Z，真空中のクーロンの法則の比例定数 k_0 を用いて表せ。

問 9　図 3A のエネルギー準位 E_2，E_3 を，水素原子（$Z = 1$）の基底状態の電子のエネルギー準位 E_{H} と Z のみを使ってそれぞれ表せ。ただし，クーロン力による位置エネルギーは無限遠をゼロ（基準）とする。

問 10　図 2 に示されている固有 X 線の 2 つのピークは，図 3C のように，電子が $n = 2$ から $n = 1$ と，$n = 3$ から $n = 1$ の軌道へ移るときに放出される X 線に対応する。固有 X 線が放出される直前には，$n = 1$ の軌道にある電子の数は 1 個であることに注意して，固有 X 線の波長 λ_2 を，E_{H}，Z，h，c を使って表せ。

◇M5(209—68)