

令和 4 年度

理 科

問 題 冊 子

物 理

第1問 次の文章を読んで に適した式または値をそれぞれ記せ。ただし、 については値で記せ。なお、 は同じ番号の ですすでに与えられたものと同じ式または値を表す。解答が平方根の根号を含む場合は根号を用いた形で表せ。

図1-1のように、水平な床の上に置かれた質量 M の台の上面を、質量 m ($m < M$) の物体が運動する。台の右と左には、ばね定数 k のばね1, 2があり、それぞれ壁に固定されている。ばね1の左端は台に固定され、ばね1, 2が自然長のとき、ばね2の右端は台に接する。台の上面は水平とし、物体との間の静摩擦係数を μ 、動摩擦係数を μ' ($\mu' < \mu$) とする。重力加速度の大きさを g とする。なお、台は床の上をなめらかに動くものとし、ばねの質量、物体の大きさは無視できるものとする。

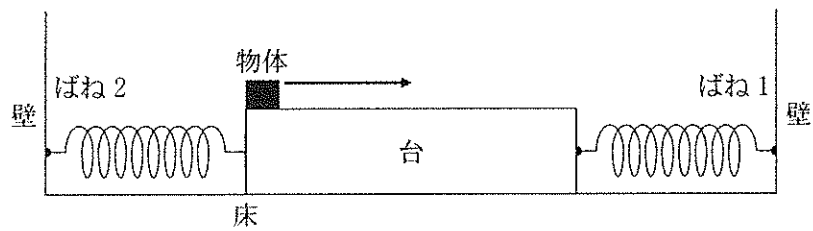


図1-1

I はじめ、ばね1, 2は自然長で、台は静止していた。時刻 $t = 0$ に、図1-1のように物体はある速さで台の上面を左端から水平右向きにすべり始めた。時刻 $t = 0$ の瞬間から台と物体の間には大きさ の動摩擦力が働き、図1-2のように、台はばね2からはなれて床の上をすべった。ばね1の自然長からの縮みが x となったときに、台が物体とばね1から受ける力の合力の水平成分は、水平右向きを正として である。物体は台の上面をすべり続け、上面の右端に到達したときに、台と物体はどちらも $t > 0$ で初めて速さが0となった。なお、物体の速さは、台の上面の右端に到達する直前まで、常に台の速さよりも大きかった。物体が台の上面をすべっている間に、台の速さが最大となる時刻は $t =$ であり、このときのばね1の自然長からの縮みは 、台の速さは であった。以上より、時刻 $t = 0$ での物体の速さは であり、台の水平方向の長さは であることがわかる。

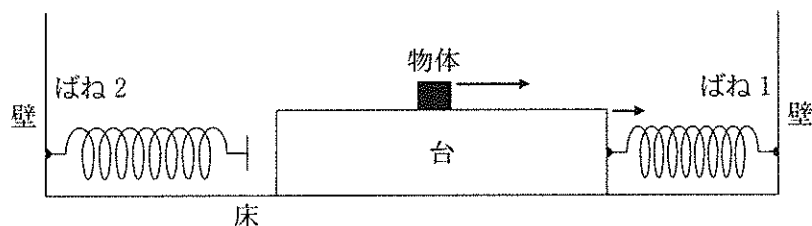


図1-2

台と物体はともに速さが0となった後、互いにすべることなく一体となって、ばね1に押し戻されて動き始めた。ばね1の自然長からの縮みが x となったときに、物体と台の間に働く摩擦力の大きさは である。その後、ばね1は時刻 $t =$ で自然長に初めて戻った。

II 時刻 $t =$ の後、図1-3のように、ばね2が台に押されて縮み始めると同時に、台と物体は一体となったまま、周期 $T =$, 振幅 $L =$ の単振動を始めた。単振動の途中で、ばね2の自然長からの縮みが d となった瞬間、物体は台の上面をすべった。このとき、 $d =$ $\times L$ である。ただし、 は L を含まない式で答えること。

いま、 $M = \frac{7}{5}m$ 、かつ、ばね2の縮みが d となった時刻が $+$ $\frac{T}{6}$ であったとすると、 $\frac{\mu}{\mu'}$ = である。

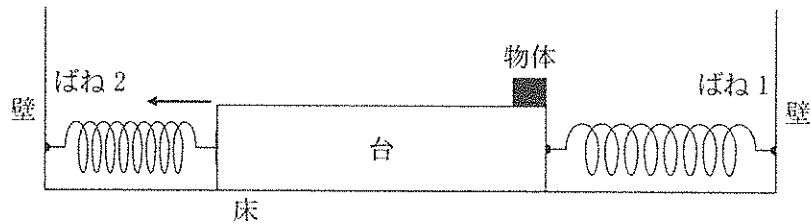


図1-3

第2問 次の文章を読んで に適した式または値をそれぞれ記せ。 3 と 4 については最も適切なものを解答群から一つ選び、記号を記せ。 13 については値を記せ。問1は、指示にしたがって解答せよ。なお、 は同じ番号の です。 に与えられたものと同じ式または値を表す。

図2のように、コンデンサー C_1 , C_2 , ダイオード D_1 , D_2 , スイッチ S で構成された回路と、点 A を中心とした半径 r の円形導線、長さ $2r$ の導体棒 P_1P_2 がある。円形導線上の点 a_1 , a_2 と中心 A は同じ直線上にあり、この直線を境界線として、左側に磁束密度 B の一様な磁場が紙面に垂直に表から裏に向かってかけられている。円形導線は左右の b_1 , b_2 で切断され、 b_2 には回路が接続されている。導体棒は点 A を中心として一定の角速度 ω で反時計回りに回転し、切断部 b_1 , b_2 を除いて常に円形導線と接している。なお、導体棒が境界線に対して直角になるとき、端点 P_1 , P_2 は切断部 b_1 , b_2 を通過するので円形導線から一瞬はなれる。コンデンサー C_1 , C_2 の電気容量はどちらも C である。ダイオード D_1 , D_2 は、矢印で示した順方向のみに電流を流すとし、順方向電圧に対しては抵抗が0、逆方向電圧に対しては抵抗が無限大である。電子の電気量を $-e$ ($e > 0$) とし、電位は接地点を0とする。なお、円形導線の切断部 b_1 , b_2 は非常に短く、導体棒の端点 P_1 , P_2 がこの部分を通る時間は無視できるとする。また、導体棒の太さ、導線と導体棒の抵抗、電流がつくる磁場、および導体棒中の自由電子に働く遠心力は無視できるとする。

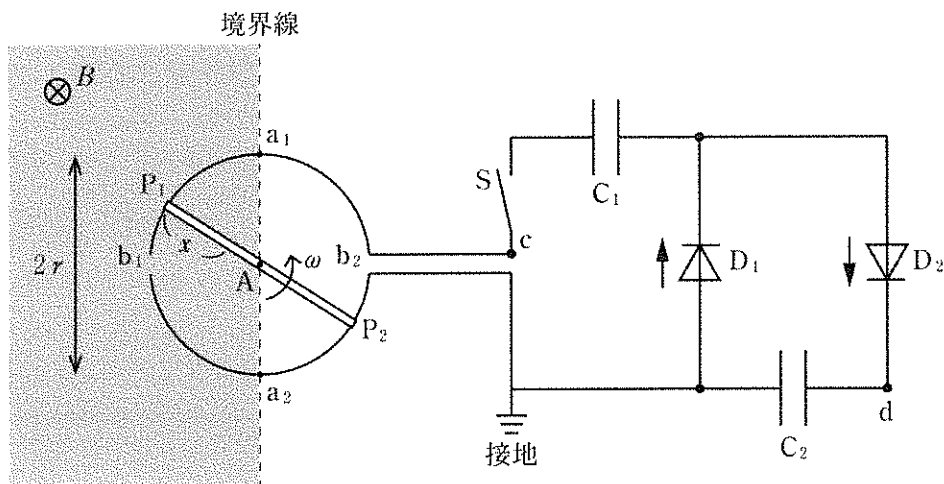


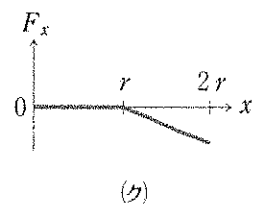
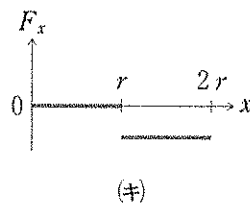
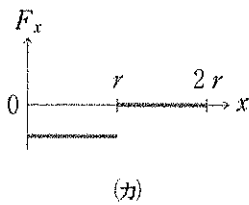
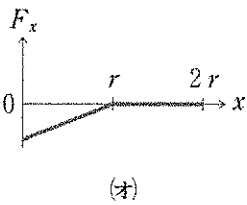
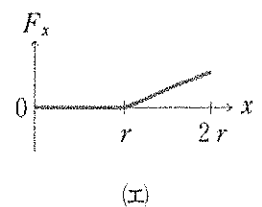
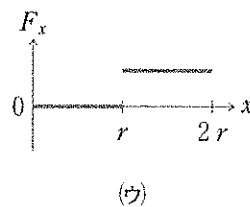
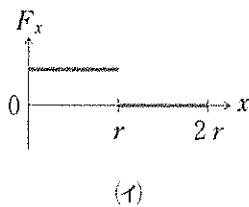
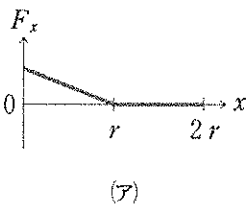
図2

I スイッチ S が開いている場合を考える。時刻 $t = 0$ に導体棒の端点 P_1 が点 a_1 に接したとする。その後、端点 P_1 が点 a_2 を初めて通過する時刻は $t_0 =$ 1 である。時刻 $0 < t < t_0$ に、端点 P_1 から距離 x の位置の導体棒中の自由電子が磁場から受けるローレンツ力の P_1P_2 に平行な成分 F_x は、 x , r , ω , B , e のうち必要なものを用いると、 $0 < x < r$ の範囲では $F_x =$ 2 と表される。ただし、 F_x は P_1 から P_2 に向かう向きを正とする。 $0 < x < 2r$ の範囲において、 x に対する F_x の変化を表すグラフとして最も適切なものは、時刻 $0 < t < t_0$

では , $t_0 < t < 2t_0$ では である。時刻 $0 < t < t_0$ に、導体棒が短い時間 Δt の間に磁場を横切る面積は、 r 、 ω 、 Δt のうち必要なものを用いると と表される。 P_1P_2 間に生じる誘導起電力の大きさ V_0 は、導体棒が単位時間あたりに横切る磁束と等しいとして、 r 、 ω 、 B 、 e のうち必要なものを用いると $V_0 =$ と表される。

問 1 時刻 $0 < t < 2t_0$ において、図 2 の点 c の電位 V_c の時間変化を表すグラフを描け。ただし、端点 P_1 、 P_2 が a_1 、 a_2 、 b_1 、 b_2 を通過する瞬間の V_c については描かなくてよい。

, の解答群



II スイッチ S を閉じた場合を考える。以下では記号 V_0 を用いてよい。また、コンデンサー C_1 、 C_2 の充電や放電に要する時間は $\frac{1}{2}t_0$ に比べて十分に短いとする。時刻 $t = 0$ に、コンデンサー C_1 、 C_2 は充電されていないとし、導体棒の端点 P_1 が点 a_1 に接したとする。時刻 $0 < t < \frac{1}{2}t_0$ にコンデンサーは誘導起電力により充電されるので、時刻 $t = \frac{1}{2}t_0$ の直前に、コンデンサー C_1 に蓄えられている電気量は である。時刻 $t = t_0$ の直前に、コンデンサー C_1 に蓄えられている電気量は , 図 2 の点 d の電位は となる。時刻 $t_0 < t < \frac{3}{2}t_0$ では、ダイオードの特性からコンデンサー C_2 の電気量は変化しないので、点 d の電位は のままである。時刻 $t = 2t_0$ の直前に、コンデンサー C_1 に蓄えられている電気量は , 点 d の電位は となる。時刻 $t = nt_0 (n = 1, 2, 3, \dots)$ の直前の点 d の電位を V_n とすると、時刻 $t = (n+1)t_0$ の直前の点 d の電位 V_{n+1} は、 V_0 、 V_n を用いると、 $V_{n+1} =$ と表される。 n が十分に大きくなると、 V_n と V_{n+1} は等しいとみなせるので、点 d の電位は $\times V_0$ と表される。

第3問 次の文章を読んで に適した式または値をそれぞれ記せ。なお、 は同じ番号の ですすでに与えられたものと同じ式または値を表す。

1モルの単原子分子理想気体を用いた熱機関を考える。気体定数を R として、この気体の定積モル比熱は $\frac{3}{2}R$ 、定圧モル比熱は $\frac{5}{2}R$ である。

I 図3-1のように、気体の状態が $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ と変化するサイクルIを考える。過程 $A \rightarrow B$ と $C \rightarrow D$ は断熱変化、過程 $B \rightarrow C$ と $D \rightarrow A$ は定圧変化である。状態A, B, Cの気体の温度をそれぞれ T_A, T_B, T_C とし、状態AとDの気体の圧力を p_1 、状態BとCの気体の圧力を p_2 とする。

過程 $A \rightarrow B$ で気体が外部からされる仕事は、 T_A, T_B, T_C, R のうち必要なものを用いて 1 と表される。また、過程 $B \rightarrow C$ で気体が外部から吸収する熱量は、 T_A, T_B, T_C, R のうち必要なものを用いて 2 と表される。

単原子分子理想気体の断熱変化では(温度)×(圧力)^{-2/5}が一定に保たれることを用いると、 T_A と T_B の比は、 p_1, p_2 を用いて $\frac{T_A}{T_B} =$ 3 と表され、状態Dの気体の温度は、 T_A, T_B, T_C を用いて 4 と表される。

状態 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ の1サイクルで気体が外部にする仕事の総和(正味の仕事) W_1 は、 T_A, T_B, T_C, R を用いて $W_1 =$ 5 と表され、サイクルIの熱効率は、 T_A, T_B, T_C のうち必要なものを用いて 6 と表される。

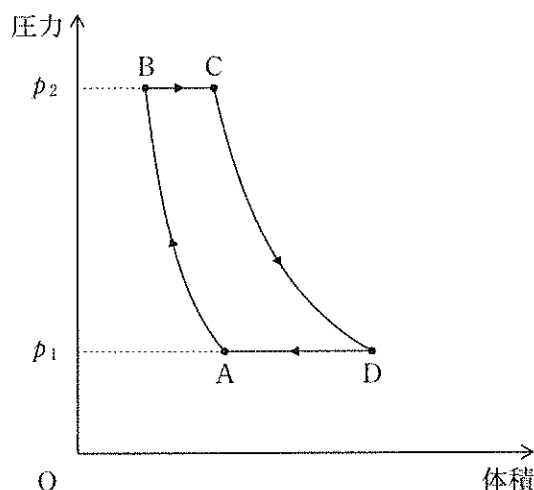


図3-1

II サイクルIにおいて、気体の最高温度は である。気体の最高温度を上げずに、気体が外部にする仕事の総和を増やすため、図3-2のように、気体の状態がA→B→C→E→F→G→D→Aと変化するサイクルIIを考える。

サイクルIIでは、過程A→B→CはサイクルIと同じであり、過程C→EとF→Gは断熱変化、過程E→FとG→D→Aは定圧変化である。状態Fの気体の温度は ，状態Gの気体の圧力は p_1 である。また、状態Eの気体の温度を T_E とする。

状態A→B→C→E→F→G→D→Aの1サイクルで気体が外部にする仕事の総和を W_{II} としたとき、 W_{II} の W_I からの増加量 ΔW は、

$$\begin{aligned} \Delta W &= W_{II} - W_I \\ &= k_0 - k_1 \left(T_E + \frac{k_2}{T_E} \right) \end{aligned}$$

である。ただし、 k_0 、 k_1 、 k_2 は、 T_A 、 T_B 、 T_C 、 R のうち必要なものを用いて

$$k_0 = \text{} , k_1 = \text{} , k_2 = \text{}$$

と表される。

ΔW が最大となるのは、状態Eの気体の温度が T_A 、 T_B 、 T_C を用いて $T_E = \text{}$ と表されるときであり、 ΔW の最大値は、 T_A 、 T_B 、 T_C 、 R を用いて と表される。必要ならば、正の実数 a 、 b に対して、 $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ であり、 $a = b$ のときに限り等号が成り立つことを用いてよい。

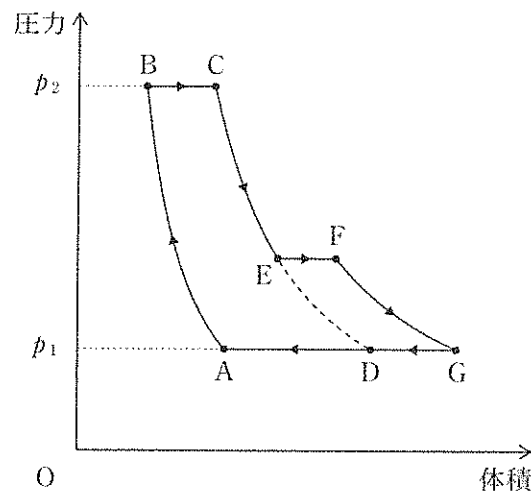


図3-2