

## 令和5年度・個別学力検査

# 理 科 (前)

### 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. この冊子は27ページあります。
3. 試験開始後、落丁・乱丁・印刷不鮮明の箇所があったら申し出なさい。
4. 解答はすべて解答用紙に、それぞれの問題の指示にしたがって記入しなさい。
5. この冊子のどのページも切り離してはいけません。ただし、余白等は適宜利用してかまいません。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。
7. 試験開始後、全科目の解答用紙4枚ともに氏名(カタカナ)及び受験番号を記入しなさい。受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。また、氏名(カタカナ)及び受験番号以外の文字、数字などは、絶対に記入してはいけません。



## 理 科 問 題

物 理	問題 1	3 ページ
	” 2	6 ”
	” 3	9 ”
	” 4	11 ”

化 学	問題 1	15 ページ
	” 2	19 ”
	” 3	22 ”
	” 4	25 ”

## 解 答 用 紙

理科	物理解答用紙	2 枚
理科	化学解答用紙	2 枚

## 物理問題 1

図1のような、フレームと駆動系(前・後輪, 前・後リング, ベルト, クランク, ペダル)からなる自転車と, それに乗った運転者を考える。前・後輪, 前リングの各中心はフレームに固定されており, なめらかに回転できる。前リングには棒状のクランクが固定されており, 前リングの中心を支点として前リングと同じ角速度で回転する。後リングは後輪と中心が一致するように固定されており, 同じ角速度で回転する。前・後リングは柔軟で伸びない薄いベルトで接続されており, ベルトはたわむことなく, 両リングに対してすべることはない。クランク先端にはペダルが取り付けられており, ペダルに力を加えることで自転車を加速できる。通常はふたつのペダルに両足で力を加えるが, 今回はひとつのペダルのみを考える。

自転車は水平な地面に対して常に両輪を接地した状態で直立しており, 地面に対して平行方向にのみ直進できる。運転者は, 自転車と完全に一体となった状態を維持したまま, クランクの向きに関係なく, ペダルに対してクランクが回転する方向に大きさ  $F$  の力を加え続けることができる。ペダルに加えられた力は, クランク, 前リング, ベルト, 後リングを通じて, 後輪に伝わる。後輪は地面に対して滑ることはなく, 後輪に伝えられた力はすべて自転車の推進力になる。運転者を含めた自転車の質量を  $m$  とする。駆動系を構成するパーツは  $m$  に対して十分に軽く, その回転が自転車の運動に与える影響は無視できる。また, 空気抵抗を無視して良い。前リングの半径を  $R$  とし, 前・後輪の半径は  $R$  の 4 倍, クランクの長さ(ペダルの回転半径)は  $R$  の 2 倍, 後リングの半径は  $R$  の  $1/2$  倍とする。

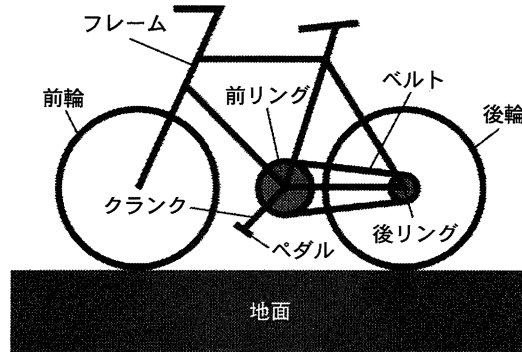


図 1

まず、自転車が進まないように固定した状態を考える。以下の問いに答えよ。

- (1) ペダルに加えた力  $F$  が前リングに及ぼす力のモーメントの大きさ  $M$  を求めよ。
- (2) ベルトに伝わった力(張力)の大きさ  $T$  は、 $F$  の何倍になるか求めよ。
- (3) 後輪が地面に及ぼす力の水平方向成分の大きさ  $F'$  は、 $F$  の何倍になるか求めよ。

次に、自転車の固定を外して自由に直進できる状態を考える。ペダルに加えた力が後輪に伝わり、自転車は加速する。クランクが角速度  $\omega$  で回転しているとき、自転車は速さ  $v$  で進む。運転者がペダルに加えることができる力には限界があり、 $\omega$  が大きくなるほど  $F$  は小さくなる。 $F$  と  $\omega$  の関係は以下で与えられるとする。

$$F = F_0 \left( 1 - \frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

ここで、 $F_0$  は自転車が停止しているときの力の大きさ、 $\omega_0$  はクランクの最大回転角速度を表す。以下の問いに答えよ。

- (4)  $v$  を  $\omega$  を用いて表せ。
- (5) 自転車が  $v$  の速さで進んでいるときの自転車の加速度  $a$  を、 $v$  を用いて表せ。

- (6) 自転車が速くなるほど加速度は小さくなり、いずれ自転車の速さは一定とみなせるようになる。このときの速さ  $v_m$  を求めよ。
- (7) 加速度  $a$  を、自転車の速さ  $v$  の関数として解答欄のグラフに描け。実線で描くこと。グラフが軸と交わる場合は、交点における軸の値も記入すること。

自転車の変速機構を考えよう。後リングには、半径が後リングの半分の小さいリングが中心が一致するように固定されており、後リングと同じ角速度で回転する。もとの後リングを「低速リング」、それに固定された小さいリングを「高速リング」とよぶことにする。運転者は、低速リングと高速リングを好きなタイミングで瞬時になめらかに切り替えることができる。リングを切り替えてもベルトがたわむことはないとする。以下の問いに答えよ。

- (8) 自転車が静止している状態から高速リングのみで加速するときの自転車の速さと加速度の関係を、問い(7)の解答欄のグラフに描け。破線(または点線)で描くこと。グラフが軸と交わる場合は、交点における軸の値も記入すること。
- (9) 自転車が静止している状態から効率的に加速するため、最初に低速リングで加速し、自転車の速さが  $v_*$  に達したときに高速リングに切り替えた。もっとも短時間で大きな速さに達するための  $v_*$  の値は、問い(6)で求めた  $v_m$  の何倍か答えよ。導出過程も示すこと。



## 物理問題 2

図1のように、大気中に、反射板R、音源S、マイクロフォンMがある。Rはその表面で音を完全に反射できる。SとMは十分に小さく、Rに垂直な直線上に、それぞれ、Rの表面から十分に離れた $L$ [m]、 $2L$ [m]の位置に静止している。Sが出す音波の振動数を $f_0$ [Hz]、無風時の音速を $c$ [m/s]とする。

始めは、風はなく、大気は静止している。ここで、SはMに向かって、一直線上を一定の速さ $V$ [m/s] ( $V < c$ )で進み始めた。ただし、RとMは静止したままであり、SがMの位置に到達する前を考える。

- (1) マイクロフォンMで測定される音源Sからの直接音の振動数[Hz]を求めよ。
- (2) マイクロフォンMで測定される反射板Rからの反射音の振動数[Hz]を求めよ。
- (3) マイクロフォンMで測定されるうなりの振動数[Hz]を求めよ。

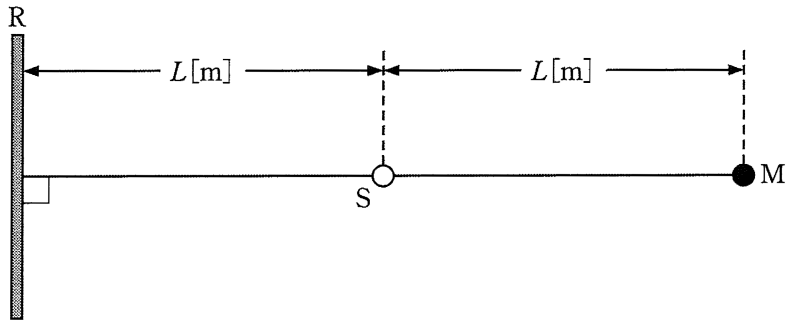


図1



図2のように、音源Sは、マイクロフォンMから $\frac{3}{4}L$ [m]の位置に達したとき、向きはそのまま、急に速さを $\frac{1}{4}V$ [m/s]に変えた。その後、SがMの位置に到達する前に、Mで測定されるうなりの振動数が2回変化した。

- (4) うなりの振動数の1回目の変化は、音源Sが速さを変えてから何秒後に起こるか。また、1回目の変化後の振動数[Hz]を求めよ。
- (5) うなりの振動数の2回目の変化は、音源Sが速さを変えてから何秒後に起こるか。また、2回目の変化後の振動数[Hz]を求めよ。
- (6) SがMの位置に到達する前に2回目の変化が起こるためには、 $V$ [m/s]は音速 $c$ [m/s]の何パーセント(%)以下である必要があるか。小数点以下を切り捨てて答えよ。

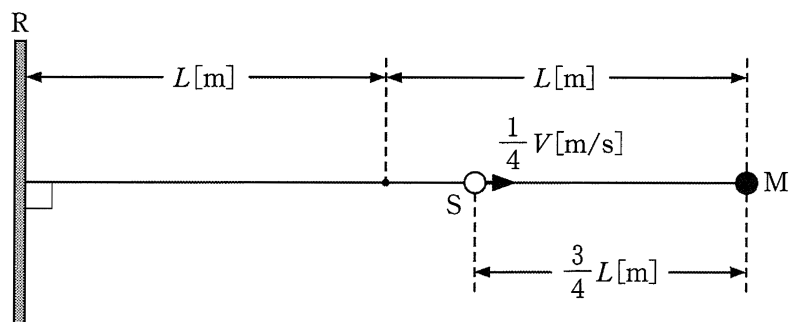


図2

次に、図3のように、音源SとマイクロフォンMが元の位置にあり、速さ  $w$  [m/s] の一様な風が、SとマイクロフォンMとを結ぶ直線に垂直な方向に吹いている状況を考える。ここで、SはMに向かって、一直線上を一定の速さ  $V$  [m/s] で進み始めた。ただし、Mは静止したままであり、SがMの位置に到達する前を考える。また、 $w = \frac{5}{13}c$ 、 $V = \frac{1}{13}c$  とする。

(7) 図3の直線上をSからMに向かって伝わる音の速さ [m/s] を求めよ。

(8) マイクロフォンMで測定される音の振動数 [Hz] を求めよ。

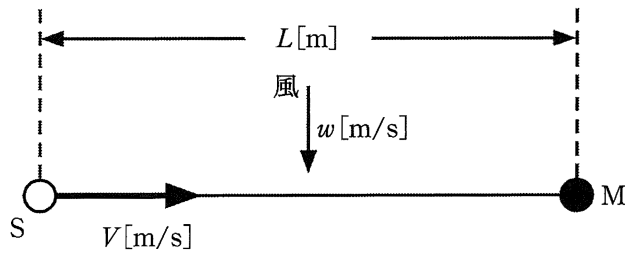


図3



### 物理問題 3

図1のコイルの自己インダクタンスは $L$ である。このコイルに電流を流す。  
電流は図の矢印の向きを正とする。

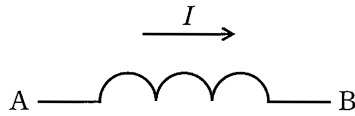


図1

- (1) 微小時間  $\Delta t$  の間に電流が  $\Delta I$  だけ変化した。この時、図1の点Bを基準とする点Aの電位はいくらか。
- (2) 問い(1)の  $\Delta t$  の間にコイルに電流  $I$  を流すために必要な仕事  $\Delta W$  を、 $L$ 、 $I$ 、 $\Delta I$  を用いて表せ。
- (3) コイルの電流を、 $I = at$  のように時間  $t$  とともに一定の割合  $a > 0$  で  $I = 0$  から増加させる。この場合、 $\Delta I$  と  $\Delta t$  の間には  $\Delta I = a\Delta t$  の関係が成り立つ。電流を増加させるのに必要な単位時間当たりの仕事(仕事率)  $\Delta W/\Delta t$  は、時間  $t$  とともにどのように変化するか。時間を横軸、仕事率を縦軸とするグラフで示せ。
- (4) コイルに流れる電流を0から  $I_0$  まで増加させるのに必要な仕事を、 $L$  と  $I_0$  で表せ。

図2のように、自己インダクタンス  $L$  のコイル、抵抗値  $R$  の抵抗、起電力  $V$  の交流電源(角周波数  $\omega$ ) を直列につないだ回路について、以下の問いに答えよ。円周率を  $\pi$  とする。必要ならば、三角関数の加法定理： $\sin(a + \beta) = \sin a \cos \beta + \cos a \sin \beta$ 、 $\cos(a + \beta) = \cos a \cos \beta - \sin a \sin \beta$  を利用してもよい。

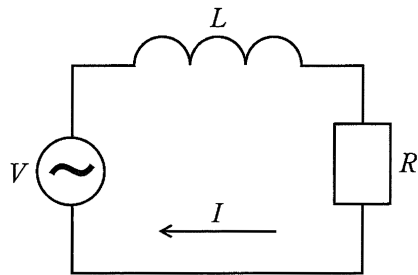


図 2

- (5) 回路を流れる電流を  $I = I_0 \sin \omega t$  とする。ここで  $I_0$  は電流の振幅である。このときの抵抗の電圧  $V_R$  とコイルの電圧  $V_L$  をそれぞれ、 $I_0$ ,  $R$ ,  $L$ ,  $\omega$ ,  $\pi$ ,  $t$  のうち必要なものを用いて表せ。ただし図 2 の矢印の向きを電流の正の向きとした時、抵抗やコイルの下流側に対する上流側の電位を電圧とする。
- (6) 電源の起電力を  $V = V_0 \sin(\omega t + \phi)$  とする。 $V_0$  と  $\tan \phi$  を  $I_0$ ,  $R$ ,  $L$ ,  $\omega$  を用いて表せ。
- (7)  $V_0$  が一定値の場合に、角周波数  $\omega$  を 0 から  $10 R/L$  程度にわたって変化させる。 $V_R$  の振幅の  $\omega$  依存性の概形をグラフにせよ。
- (8) 抵抗の消費電力  $W_R$  およびコイルの消費電力  $W_L$  の時間変化を、時間  $t$  が 0 から  $2\pi/\omega$  の範囲でグラフにせよ。グラフの縦軸には、 $W_R$  と  $W_L$  の最大値・最小値をそれぞれ明記すること。
- (9) 交流の一周期あたりの回路の消費電力を、 $I_0$ ,  $R$ ,  $L$  のうち必要なものを用いて表せ。

## 物理問題 4-1

図1は光電効果を調べる実験装置である。光が陰極に当たると電子(光電子)が飛び出し陽極に到達することで、光電流  $I$  が回路に流れる。振動数  $8.5 \times 10^{14}$  Hz の光を陰極に当て、陽極の電位  $V$  と光電流  $I$  の関係を調べたところ、図2のグラフが得られた。光電流は図1の矢印の向きを正とする。電気素量を  $1.6 \times 10^{-19}$  C、プランク定数を  $6.6 \times 10^{-34}$  J $\cdot$ s として、有効数字2桁で次の問いに答えよ。

- (1) 陰極に当たった光子1個のエネルギーを求めよ。
- (2) 陰極から飛び出した光電子の最大の運動エネルギーを求めよ。
- (3) 陰極の仕事関数を求めよ。
- (4) 図2の  $V = a$  において、陰極から飛び出した光電子は、全て陽極に集められたと考えられる。このとき陰極から飛び出した光電子の数は、毎秒何個か求めよ。
- (5) 当てる光を強くした場合(振動数は一定)のグラフの変化について、概略を解答欄に示せ。

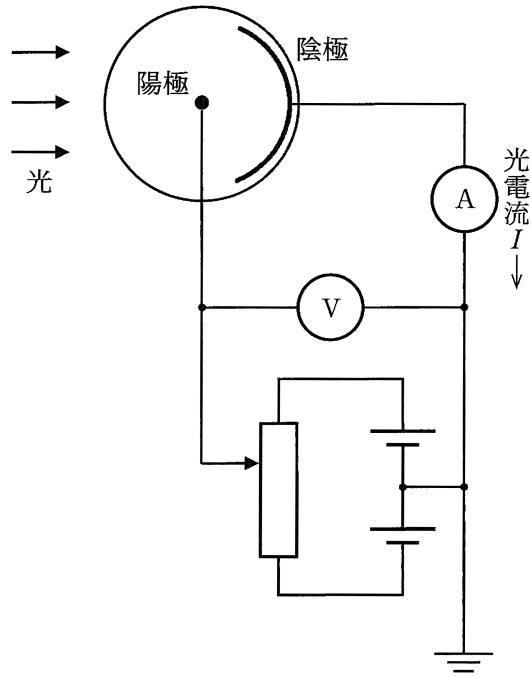


図 1

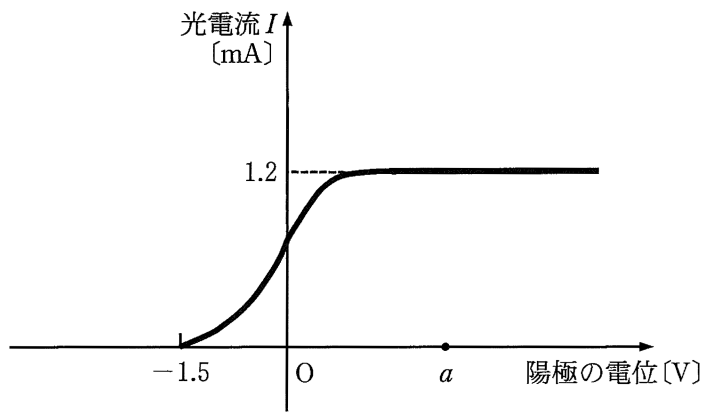


図 2

## 物理問題 4-2

X線を物質に照射すると、散乱されるX線の中に、入射X線よりも少し波長の長いX線が含まれることが観測されるが、この理由を考えてみよう。図3のように静止している質量  $m$  の電子に、波長  $\lambda$  のX線を当てたところ、X線は  $x$  軸と角度  $\theta$  をなす方向に波長  $\lambda'$  ( $\lambda' > \lambda$ ) で散乱した。また、電子は  $x$  軸と角度  $\phi$  をなす方向に速さ  $v$  ではね飛ばされた。入射X線の方向を  $x$  軸、これと垂直な方向を  $y$  軸、プランク定数を  $h$ 、光の速さを  $c$  として次の問いに答えよ。

- (1) 入射X線の光子のエネルギーを求めよ。
- (2) 入射X線の光子と電子の衝突は完全弾性衝突と考えられる。衝突前後におけるエネルギー保存則の式を表せ。
- (3) 入射X線の光子の運動量と、散乱X線の光子とはね飛ばされた電子の運動量の和との間の関係について、 $x$  軸方向、 $y$  軸方向について、それぞれ式で表せ。
- (4) はね飛ばされた電子の運動量の2乗  $(mv)^2$  を、 $h$ 、 $\lambda$ 、 $\lambda'$ 、 $\theta$  を使って求めよ。ただし、 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  を用いること。
- (5)  $\lambda' - \lambda$  を、 $c$ 、 $h$ 、 $m$ 、 $\theta$  を使って求めよ。ただし、近似式  $\frac{\lambda}{\lambda'} + \frac{\lambda'}{\lambda} \cong 2$  を用いること。
- (6) この現象の名称を答えよ。また、これがX線のどのような性質を示した実験か述べよ。



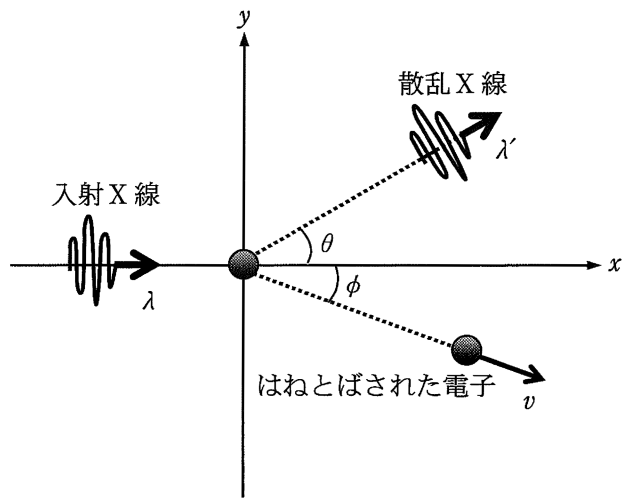


図 3



