令和３年度・個別学力検査

理　　　科　（前）

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。
2. この冊子は 25 ページあります。
3. 試験開始後，落丁・乱丁・印刷不鮮明の箇所があったら申し出なさい。
4. 解答はすべて解答用紙に，それぞれの問題の指示にしたがって記入しなさい。
5. この冊子のどのページも切り離してはいけません。ただし，余白等は適宜利用してかまいません。
6. 試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。
7. 試験開始後，全科目の解答用紙４枚ともに氏名(カタカナ)及び受験番号を記入しなさい。受験番号が正しく記入されていない場合は，採点できないことがあります。また，氏名(カタカナ)及び受験番号以外の文字，数字などは，絶対に記入してはいけません。

理　科　　問　題

物　理	問題 1	3 ページ
	〃　2	5　〃
	〃　3	7　〃
	〃　4	10　〃
化　学	問題 1	13 ページ
	〃　2	16　〃
	〃　3	19　〃
	〃　4	23　〃

解　答　用　紙

理科	物理解答用紙	2 枚
理科	化学解答用紙	2 枚

物　　　理

物理問題 1

図1のように，水平面上の固い板の上に質量 M の台が載せてあり，台の右端にばね定数 k，自然長 Y のばね(質量は無視できる)の一端が固定されている。また，ばねの他端には質量 m の物体Aが接続されている。物体Aの左側には質量 m の物体Bが置かれている。ばねと物体A，Bは一直線上に配置されている。板と台との間には静止摩擦係数 μ_0 の摩擦力が働くが，物体A，Bと台との間には摩擦は無いものとする。重力加速度を g とする。台および物体は回転することなく板に対して平行に動くものとする。最初，台および両物体は板に対して静止しているものとする。

物体Bを物体Aに向かって速さ V まで加速させたのち，物体Aに衝突させた。

(1)　物体Bを加速する際に与えた仕事の大きさを求めよ。

(2)　両物体は衝突したのち一体となって運動をする。衝突直後の物体Bの速さ V_1 を求めよ。

(3)　物体Bの初速度の大きさが V_2 より大きくなると衝突後に縮んだばねの作用により台は動き出す。このときの V_2 を求めよ。

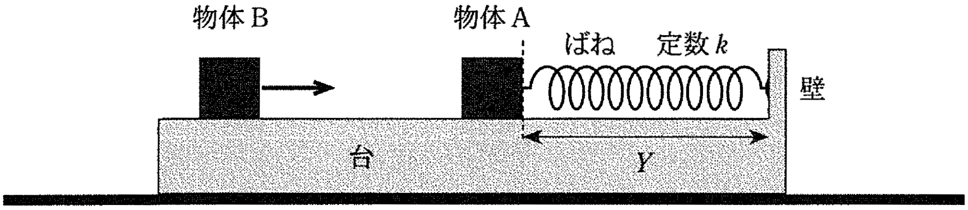


図1

図2のように，物体Bを台に対して固定したまま，図1の装置を水平面から角度θだけ傾けたのち，全体が静止した状態を考える。物体Bから物体Aまでの距離をHとする。このとき台は板との摩擦力により静止しているものとする。

(4) ばねは自然長から縮んだ状態で静止する。このときのばねの縮みの大きさを求めよ。

次に，物体Bの固定を解くと，物体Bは物体Aに向かって動き始め，物体Aに衝突したのち，物体Aと一体となって運動をする。はじめに，Hが小さく衝突後に台が動かない状態を考える。

(5) 衝突直後の物体Bの速さを求めよ。

(6) 物体Aと物体Bの重力による位置エネルギーの和が，衝突直後からばねの縮みが最大となるまでの間にどれだけ減少するかを求めよ。ただし，(4)で求めた釣り合いの位置からのばねの縮みの最大値X_{max}を用いること。

(7) X_{max}を求めよ。

HをH_1より大きくすると台は動くようになる。

(8) 台が板から受ける最大摩擦力Fを求めよ。

(9) H_1を求めよ。ただし，解答にX_{max}やFを用いないこと。

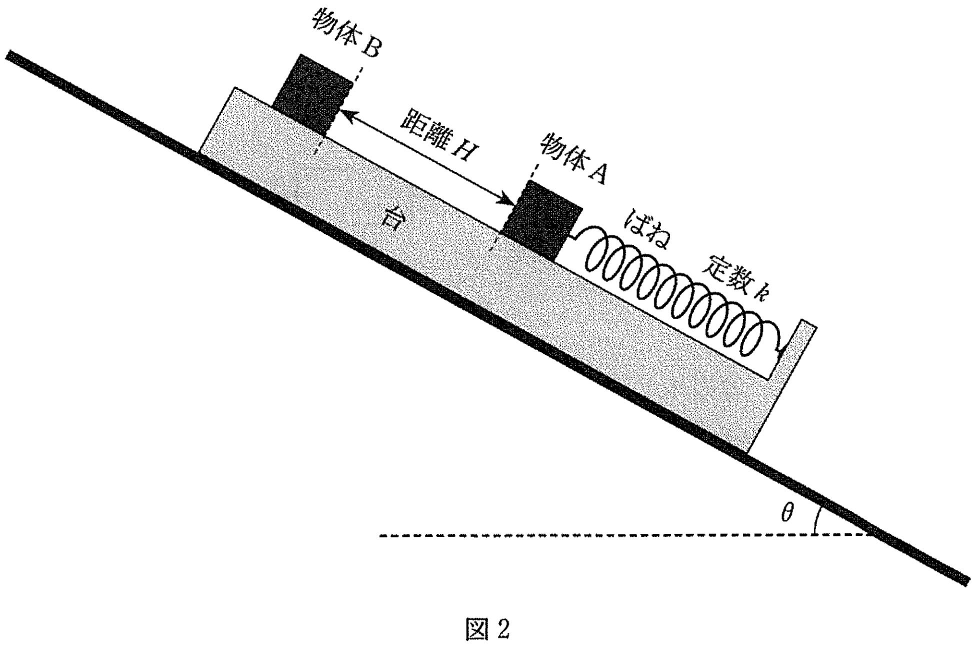


図2

物理問題 2

図1のように，任意の電圧 E を発生できる直流電源と電気抵抗 R の抵抗，および巻数 N，長さ ℓ，断面積 S のコイル1を接続した回路が真空中に置かれている。電圧 E を時間 t に対して，(i) $t < 0$ のとき $E = 0$，(ii) $0 \leqq t \leqq t_a$ のとき E は t に対して単調に増加，(iii) $t > t_a$ のとき $E = 0$ となるように変化させた。このとき，回路を流れる電流 I は $0 \leqq t \leqq t_a$ において t に比例して増大し，$t = t_a$ において $I = I_a$ となった。図の矢印の向きを正とする。真空の透磁率を μ とし，抵抗以外の回路の電気抵抗は無視できるものとする。

(1) コイル1の自己インダクタンスを L_1 としたとき，$0 \leqq t \leqq t_a$ の範囲について点Bを基準としたときの点Aの電位 V を求めよ。

(2) $0 \leqq t \leqq t_a$ の範囲について，コイル1内部の磁場の強さ H は t に比例する。このときの比例係数を求めよ。なおコイル1は十分に長く，内部の磁場の強さは一様であるとする。

(3) $t = t_a$ においてコイル1の内部を貫く磁束 ϕ を，ℓ，μ，N，S，I_a を用いて示せ。

(4) コイル1の自己インダクタンス L_1 を，ℓ，μ，N，S を用いて示せ。

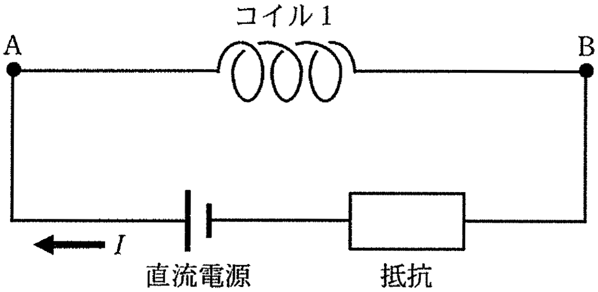


図1

図2のように，コイル1と，巻数 $2N$，長さ ℓ，断面積 S のコイル2を交流電源につないだ。図の黒矢印の向きを正として，交流電源を流れる電流を I_0，コイル1を流れる電流を I_1，コイル2を流れる電流を I_2 とする。また，微小時間 Δt における電流の変化をそれぞれ ΔI_0，ΔI_1，ΔI_2 とする。コイル1とコイル2は十分に離れており，一方の磁束変化が他方のコイルに影響を与えることはない。問(5)，問(6)では ℓ，μ，N，S，I_1，I_2，ΔI_1，ΔI_2，Δt のうち必要なものを用いて示せ。

(5) コイル1に生じる誘導起電力 V_1 を，点Dを基準としたときの点Cの電位の値として求めよ。

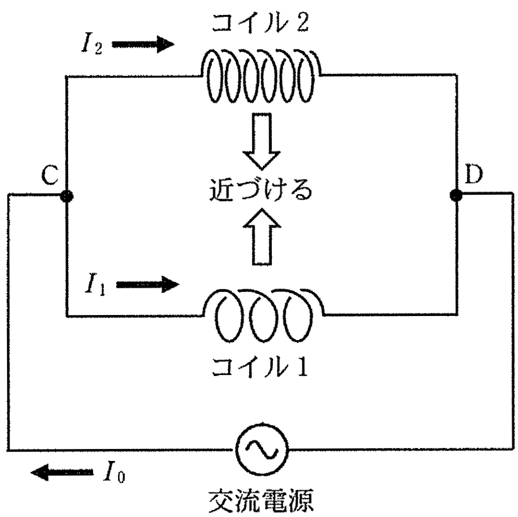
(6) I_0 が時間変化するとき，ΔI_1 は ΔI_2 の何倍になるか求めよ。

さらに，白抜き矢印のように，コイル1とコイル2をある一定の距離まで近づけ，一方のコイルが作る磁束の一部が他方のコイルを貫くようにする。コイル1とコイル2の自己インダクタンスをそれぞれ L_1，L_2 とし，ある一定の距離まで近づけたときの2つのコイル間の相互インダクタンスの大きさを M とする。

(7) コイル1とコイル2に生じる誘導起電力を，それぞれ，点Dを基準としたときの点Cの電位の値として，L_1，L_2，M，ΔI_1，ΔI_2，Δt のうち必要なものを用いて示せ。

(8) I_0 が時間変化するとき，ΔI_1，ΔI_2 は，ΔI_0 のそれぞれ何倍か。導出過程を記述して L_1 および M を用いて示せ。

(9) $M = (1/10)L_1$ のとき，ΔI_1 は ΔI_2 の何倍になるか求めよ。



(コイルの巻きの向きに注意すること)

図2

物理問題 3

海中では浮力が作用するため，潜るためには推進力が必要である。だが，ある水深以上まで潜ると，水圧によって身体(肺)が押しつぶされることで浮力が減少し，推進力を加えなくても自重のみで潜っていくことができる。この状態を「フリーフォール状態」とよぶことにする。これを簡単な物理モデルで表現してみよう。

図1のように，シリンダと軽いフタからなる容器があり，容器内には n モルの単原子分子理想気体が封入されている。フタの面積は S，シリンダの質量は M である。フタは薄い平板で，シリンダの壁と垂直を保ちながら，容器内の気体をもらすことなく，上下になめらかに動くことができる。シリンダ上面とフタとの距離を x とする。封入気体の温度は常に T_0 で一定とする。大気圧を P_0，気体定数を R，重力加速度を g，海水の密度を ρ とする。封入気体の質量，シリンダの壁やフタの厚さ，フタの質量，フタが動くときの摩擦は無視できる。以下の問いに答えよ。

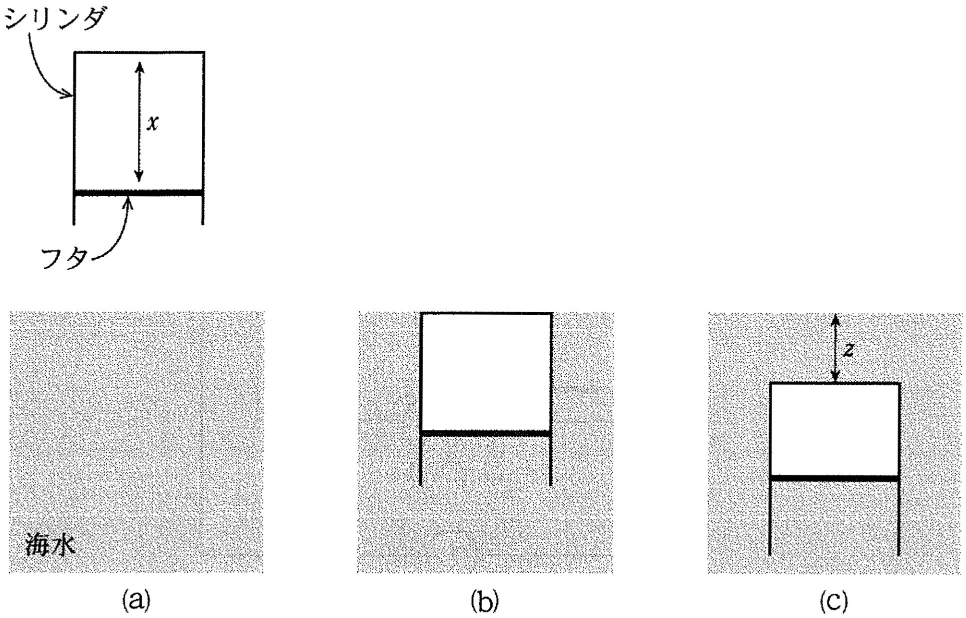


図1

(1) まず，図 1 (a)のように，容器全体を海水面の上で静かに保持した。以下の文章の空欄を埋めよ。

フタの質量は無視できるので，容器の向きによらず，封入気体の圧力は $\boxed{\text{(ア)}}$ である。よって，フタの位置は $x = \boxed{\text{(イ)}}$ と求められる。このときの x を L としよう。 次に，図 1 (a)の状態のフタに鉛直上向きの力 F_1 を静かに加えて，フタを $x = x_1$ の位置で静止させた。このときの封入気体の圧力は，x_1 を用いて $\boxed{\text{(ウ)}}$ となる。これより，フタに作用する力の釣り合いの式は $\boxed{\text{(エ)}}$ と表される。これを x_1 について解くことで，フタに外力が加わったときのフタの位置が求められる。

(2) 次に，図 1 (b)のように，容器を海水中に静かに沈めて，シリンダ上面の位置を海水面と一致させた。以下の文章の空欄を埋めよ。

静止しているフタの位置を $x = x_2$ とする。封入気体の圧力は，x_2 を用いて $\boxed{\text{(オ)}}$ となる。また，フタには海水から単位面積あたり $\boxed{\text{(カ)}}$ の水圧がかかっている。これより，フタに作用する力の釣り合いの式は $\boxed{\text{(キ)}}$ と表される。これを x_2 について解くと，フタの位置の解として $x_2 = \boxed{\text{(ク)}}$ を得る。

(3) 次に，図 1 (c)のように，容器を完全に海水中に沈めた。シリンダ上面と海水面との距離を水深とよぶこととし，z で表す。以下の文章の空欄を埋めよ。

水深が z のとき，フタが x の位置で静止しているとすると，フタに作用する力の釣り合いの式は $\boxed{\text{(ケ)}}$ と表される。水深が深くなり，z に対して x が十分に小さくなると，力の釣り合いの式において x/z の項が無視できる。このとき，フタの位置は近似的に $x \fallingdotseq \boxed{\text{(コ)}}$ と求められる。 水深が $z = z_3$ のとき，容器に作用する重力と浮力が釣り合ったとする。このときのフタの位置を $x = x_3$ とする。容器に作用する重力は $\boxed{\text{(サ)}}$

である。一方，容器に作用する浮力は $\boxed{\text{(シ)}}$ である。容器に作用する力の釣り合いより，$x_3 = \boxed{\text{(ス)}}$ を得る。このときの水深を上で求めた近似解を用いて求めると，$z_3 \fallingdotseq \boxed{\text{(セ)}}$ を得る。

この容器がフリーフォール状態になるときの水深を計算してみよう。$P_0 = 1.01 \times 10^5\ \mathrm{Pa}$，$g = 9.81\ \mathrm{m/s^2}$，$\rho = 1.03 \times 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$ とする。また，ヒトの身体全体を容器とみなして，$S = 1.00 \times 10^{-1}\ \mathrm{m^2}$，$L = 1.70\ \mathrm{m}$，$M = 60.0\ \mathrm{kg}$ とする。これらの値を用いて，m(メートル)の単位で一の位まで計算すると，$z_3 \fallingdotseq \boxed{\text{(ソ)}}$ m となる。

ただし，この物理モデルはかなり単純化されているため，より正確な z_3 の値を求めるには，今回のモデルでは考慮しなかった他の要素を検討する必要があるだろう。

(4) 封入気体が断熱的に変化する場合，問(3)で求めた z_3 の値は大きくなるか，小さくなるか，理由とともに答えよ。

物理問題 4

人間の眼の構造の模式図を図1に示す。ある物体を眼で観察するとき，物体からの光は，角膜・瞳孔を通って眼球の内部に入る。瞳孔は絞りの役割を持ち，その直径は，光量が大きいと小さくなり，光量が小さいと大きくなる。瞳孔を通った光は水晶体により屈折され，硝子体を通ったのち，網膜上で焦点を結ぶ。水晶体はレンズの役割を持ち，その焦点距離は，水晶体を厚くすると短くなり，薄くすると長くなる。硝子体は眼球の形状を保つ役割を持ち，無色透明で屈折率が一様な光の媒質である。網膜は眼球の内壁上にあり，光刺激を電気信号に変えて視神経に伝える。以下の問に答えよ。なお，x が1より十分小さいときに成り立つ近似式 $\sin x \fallingdotseq \tan x \fallingdotseq x$ を指示に従って用いること。

(1) 網膜上に結像される物体の像は正立像か，倒立像か，正しい方を示せ。

(2) 眼から遠ざかっていく物体を常に網膜上に正しく結像させて観察するとき，水晶体の厚さは，厚くなっていくか，薄くなっていくか，正しい方を示せ。

(3) 眼から物体までの距離がある長さを超えたときに，水晶体の焦点距離を調節できず網膜上に焦点を結べない場合，近視とよばれる。近視のとき，水晶体の焦点は網膜上よりも眼球の内側にあるか，外側にあるか，正しい方を示せ。

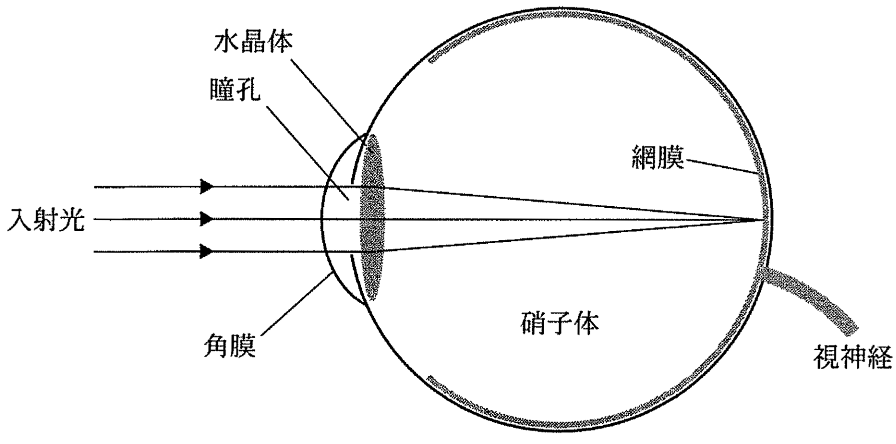


図1

(4) 近視でない場合でも，人間の視力には上限がある。人間の眼の光学的な分解能について考える。まず瞳孔から十分遠い位置にある点光源 S 1 から発せられた波長 λ の光を見る場合について考える。入射光は平行光線で近似でき（図 1），瞳孔に垂直に入射するものとする。単純化のため瞳孔を，幅が d（d は一定）のスリットで近似する。光がスリットを通るとき，図 2 のように回折が生じる。図中に示したスリット内の点 a，b，c は，それぞれスリットの上の端から 0，x，$x+\frac{d}{2}$ 離れた位置にあるとする。点 a，b の各点で回折され，入射方向と角 α をなす方向に進み網膜上の 1 点に達するほぼ平行な 2 つの光線の経路差 Δl を示せ。

(5) 点 b，c の各点で回折された光を網膜上の 1 点で重ね合わせて得られる光（回折光）を考える。この回折光の強さ I_{bc} は，回折光の進行方向 α に依存し，α が特定の角度のとき $I_{bc}=0$ である。α を 0 から大きくしていったとき，最初に $\alpha=\alpha_{bc}$ で $I_{bc}=0$ になるとする。α_{bc} と λ，d との関係を数式で示せ。

(6) スリット内の各点で回折された光をすべて網膜上の 1 点で重ね合わせて得られる回折光を考える。この回折光の強さ I は，回折光の進行方向 α に依存し，α が特定の角度のとき $I=0$ である。α を 0 から大きくしていったとき，最初に $\alpha=\alpha_0$ で $I=0$ になるとする。α_0 と α_{bc} の関係を数式で示せ。

(7) 人間の眼は波長 $\lambda=555$ nm の光に対して最も感度が高く，瞳孔の直径 d は数 mm である。$\lambda=555$ nm，$d=3.50$ mm とすると α_0 は何度になるか，有効数字 2 桁で示せ。三角関数が必要な場合，前述の近似式を用いて計算せよ。

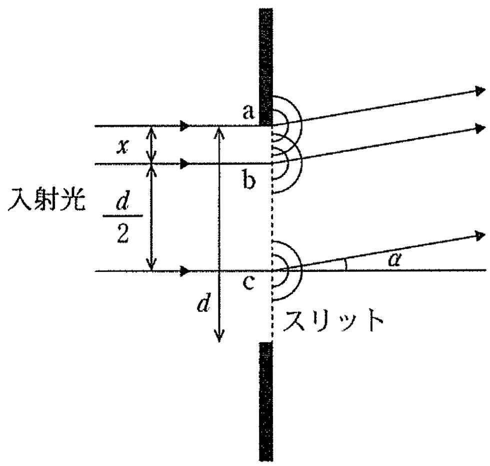


図 2

(8) 図3に示すように網膜を平面で近似し，S1から幅dのスリットで近似した瞳孔までの距離をL，瞳孔から網膜までの距離をf，硝子体の屈折率を1とする。回折が起きない場合，点光源S1から発せられた光は，瞳孔を通った後，水晶体により屈折され硝子体を通過し，網膜上の一点(点O)に結像される。回折が起きる場合，入射方向と角αをなす方向に進む回折光は，網膜上の点Aに結像されるため，点光源S1の像は主として$|\alpha| \leqq |\alpha_0|$の範囲に広がって結像される。点Oから点Aまでの距離をX_Aとし，$\alpha = \alpha_0$のとき$X_A = X_0$であるとする。X_0をλ，d，fを用いて示せ。三角関数が必要な場合，前述の近似式を用いて計算せよ。

(9) 点光源S1から入射方向と垂直な方向にhだけ離れた位置に点光源S2を置く(図3)。回折が起きない場合，S2から発せられた光は，網膜上の一点(点B)に結像される(図3)。点Oから点Bまでの距離をX_Bとすると，$X_B \geqq X_0$であるとき，S1から発せられた光とS2から発せられた光を，網膜上の離れた2点に分解して結像できるであろう。$X_B = X_0$のとき$h = h_0$とする。h_0をα_0，Lを用いて示せ。

(10) 視力検査では，被験者からL離れた位置にあるC字型の環(ランドルト環)の向きを識別できるかどうかで視力を測定する。認識できた最小のランドルト環の開いている部分の間隔をtとすると，$t \geqq h_0$であると考えられる。$t/L = \tan\theta \fallingdotseq \theta$は視角とよばれ，視力は単位に分を用いた視角(1度 = 60分)の逆数$1/\theta$として与えられる。例えば$\theta = 0.50$分の時，視力は2.0である。$\lambda = 555$ nm，$L = 5.00$ m，$d = 3.50$ mm，$f = 24.0$ mm とした場合の人間の視力の光学的な上限を有効数字2桁で示せ。三角関数が必要な場合，前述の近似式を用いて計算せよ。

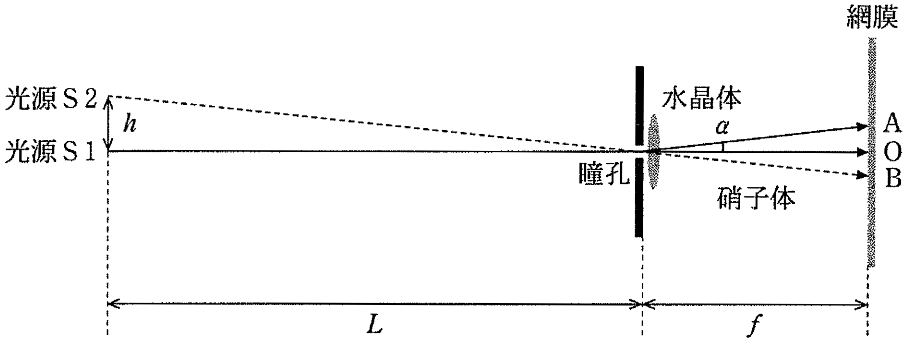


図3