

令和3年度・個別学力検査

数 学 (医)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 試験開始後、すべての解答用紙に氏名(カタカナ)及び受験番号を記入しなさい。
受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。また、氏名(カタカナ)及び受験番号以外の文字、数字などは、絶対に記入してはいけません。
3. 答えは解答用紙の各問題番号の欄に記入しなさい。
4. 解答用紙の裏面には何も書いてはいけません。
5. 試験終了後、問題冊子および下書用紙は持ち帰りなさい。

すべての問題について、答案では求める手順をわかりやすく説明しなさい。

1. $\log x, \log y$ が自然対数のとき，次の問いに答えよ。

(1) 方程式 $|\log x| + |\log y| = 1$ の表す図形をかけ。

(2) 不等式 $|\log x| + |\log y| \leq 1$ の表す領域の面積を求めよ。

2. 平面上に 3 点 O, A, B をとり, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。3 以上の自然数 n に対し, $|\vec{a}| = 2n + 1$, $|\vec{b}| = 2n - 1$, $|\vec{b} - \vec{a}| = 2n$ のとき, 次の問いに答えよ。

(1) 三角形 OAB は鋭角三角形になることを示せ。

(2) 点 O から直線 AB に垂線を下ろし, 垂線と直線 AB の交点を P とする。 $\overrightarrow{OP} = \vec{a} + t\overrightarrow{AB}$ としたとき, t を n で表せ。

(3) $|\overrightarrow{OP}|$ が整数となるような自然数 n で最小のものを求めよ。

3. n を自然数とする。数列 $\{a_n\}$ が $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n}{n+2}$ を満たすとき、 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ を求めよ。ただし、 $a_1 = 2$ とする。

4. n を 2 以上の整数とする。1 から n までの番号が付いた同じ形のカードが 2 枚ずつ、全部で $2n$ 枚のカードが箱に入っている。A と B の 2 人が以下の手順に従ってこの箱からカードを取り出すゲームを行う。ただし、A を最初のプレイヤーとする。

ゲームの手順：

手順 1

プレイヤーは箱から無作為に 2 枚のカードを取り出し、机の上に番号が見えるように置く。

手順 2

- a) 机の上のカードの中に同じ番号のカードが 1 組でもある場合：
同じ番号のカードの組をすべて机の上から取り上げて自分のものとして、手順 1 に戻る。(自分のプレイは終わらない。)
- b) 机の上のカードの中に同じ番号のカードが 1 組もない場合：
カードはそのまま机の上に残す。自分のプレイは終わる。相手がプレイヤーになり、手順 1 から始める。

箱のカードがなくなればゲームを終了する。また、取り上げたカードの枚数が多い方を勝者とし、同数なら引き分けとする。次の問いに答えよ。

- (1) $n = 2$ のとき、B が勝つ確率 $P(2)$ を求めよ。
- (2) $n = 3$ のとき、B が勝つ確率 $P(3)$ を求めよ。
- (3) $n = 4$ のとき、B が勝つ確率 $P(4)$ 、引き分ける確率 $Q(4)$ を求めよ。

