R—4 Ⓐ

数　　学

(数Ⅰ，数Ⅱ，数Ⅲ，数A，数B)

9：00～11：00

注　　意

1. 試験開始の合図があるまで，この問題紙を開いてはならない。
2. 問題紙は3ページある。
3. 解答用紙は

解答用紙番号	
数学0—1	(問1用)，
数学0—2	(問2用)，
数学0—3	(問3用)，
数学0—4	(問4用)，
数学0—5	(問5用)の5枚である。

4. 解答用紙は5枚とも全部必ず提出せよ。
5. **受験番号および座席番号(上下2箇所)は，監督者の指示に従って，すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。**
6. 各問に対する解答は，それぞれ3で指定された解答用紙に記入せよ。ただし，裏面を使用してはならない。
7. 必要以外のことを解答用紙に書いてはならない。
8. 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。
9. 下書き用紙は回収しない。

解答上の注意

採点時には，結果を導く過程を重視するので，必要な計算・論証・説明などを省かずに解答せよ。

◇M10(542—104)

$\boxed{1}$ $0 \leqq a \leqq b \leqq 1$ をみたす a, b に対し，関数

$$f(x) = |x(x-1)| + |(x-a)(x-b)|$$

を考える。x が実数の範囲を動くとき，$f(x)$ は最小値 m をもつとする。

(1) $x < 0$ および $x > 1$ では $f(x) > m$ となることを示せ。

(2) $m = f(0)$ または $m = f(1)$ であることを示せ。

(3) a, b が $0 \leqq a \leqq b \leqq 1$ をみたして動くとき，m の最大値を求めよ。

$\boxed{2}$ a は $a \neq 1$ をみたす正の実数とする。xy 平面上の点 $\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2, \cdots\cdots, \mathrm{P}_n, \cdots\cdots$ および $\mathrm{Q}_1, \mathrm{Q}_2, \cdots\cdots, \mathrm{Q}_n, \cdots\cdots$ が，すべての自然数 n について

$$\overrightarrow{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}} = (1-a)\,\overrightarrow{\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n}\,, \qquad \overrightarrow{\mathrm{Q}_n\mathrm{Q}_{n+1}} = \left(0,\ \frac{a^{-n}}{1-a}\right)$$

をみたしているとする。また，P_n の座標を (x_n, y_n) とする。

(1) x_{n+2} を a, x_n, x_{n+1} で表せ。

(2) $x_1 = 0$，$x_2 = 1$ のとき，数列 $\{x_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) $y_1 = \dfrac{a}{(1-a)^2}$，$y_2 - y_1 = 1$ のとき，数列 $\{y_n\}$ の一般項を求めよ。

$\boxed{3}$ 以下の問いに答えよ。

(1) 連立不等式 $x \geqq 2$，$2^x \leqq x^y \leqq x^2$ の表す領域を xy 平面上に図示せよ。ただし，自然対数の底 e が $2 < e < 3$ をみたすことを用いてよい。

(2) $a > 0$ に対して，連立不等式 $2 \leqq x \leqq 6$，$(x^y - 2^x)(x^a - x^y) \geqq 0$ の表す xy 平面上の領域の面積を $S(a)$ とする。$S(a)$ を最小にする a の値を求めよ。

$\boxed{4}$ アルファベットのAと書かれた玉が1個，Dと書かれた玉が1個，Hと書かれた玉が1個，Iと書かれた玉が1個，Kと書かれた玉が2個，Oと書かれた玉が2個ある。これら8個の玉を円形に並べる。

(1) 時計回りにHOKKAIDOと並ぶ確率を求めよ。

(2) 隣り合う子音が存在する確率を求めよ。ここで子音とは，D，H，Kの3文字（玉は4個）のことである。

(3) 隣り合う子音が存在するとき，それがKKだけである条件つき確率を求めよ。

$\boxed{5}$ 複素数 z に関する次の2つの方程式を考える。ただし，$\bar{z}$ を z と共役な複素数とし，i を虚数単位とする。

$$z\bar{z} = 4 \quad \cdots\cdots ① \qquad\qquad |z| = |z - \sqrt{3} + i| \quad \cdots\cdots ②$$

(1) ①，② それぞれの方程式について，その解 z 全体が表す図形を複素数平面上に図示せよ。

(2) ①，② の共通解となる複素数をすべて求めよ。

(3) (2) で求めたすべての複素数の積を w とおく。このとき，w^n が負の実数となるための整数 n の必要十分条件を求めよ。