R―3　Ⓐ

数　　学

（数Ⅰ，数Ⅱ，数Ⅲ，数A，数B）

9：00～11：00

注　　意

1. 試験開始の合図があるまで，この問題紙を開いてはならない。
2. 問題紙は3ページある。
3. 解答用紙は

解答用紙番号	
数学0―1	（問1用），
数学0―2	（問2用），
数学0―3	（問3用），
数学0―4	（問4用），
数学0―5	（問5用）の5枚である。

4. 解答用紙は5枚とも全部必ず提出せよ。
5. **受験番号および座席番号（上下2箇所）は，監督者の指示に従って，すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。**
6. 各問に対する解答は，それぞれ3で指定された解答用紙に記入せよ。ただし，裏面を使用してはならない。
7. 必要以外のことを解答用紙に書いてはならない。
8. 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。
9. 下書き用紙は回収しない。

解答上の注意

採点時には，結果を導く過程を重視するので，必要な計算・論証・説明などを省かずに解答せよ。

$\boxed{1}$ 三角形OABにおいて, 辺ABを2 : 1に内分する点をDとし, 直線OAに関して点Dと対称な点をEとする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とし, $|\vec{a}| = 4$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$ を満たすとする。

(1) 点Bから直線OAに下ろした垂線と直線OAとの交点をFとする。$\overrightarrow{\mathrm{OF}}$ を $\vec{a}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ を用いて表せ。

(3) 三角形BDEの面積が $\dfrac{5}{9}$ になるとき, $|\vec{b}|$ の値を求めよ。

$\boxed{2}$ a を $a \neq -3$ を満たす定数とする。放物線 $y = \dfrac{1}{2}x^2$ 上の点A $\left(-1, \dfrac{1}{2}\right)$ における接線を ℓ_1, 点B $\left(a+2, \dfrac{(a+2)^2}{2}\right)$ における接線を ℓ_2 とする。ℓ_1 と ℓ_2 の交点をCとおく。

(1) Cの座標を a を用いて表せ。

(2) a が $a > 0$ を満たしながら動くとき, $\dfrac{|\mathrm{AB}|}{|\mathrm{BC}|}$ が最小となるときの a の値を求めよ。ただし, $|\mathrm{AB}|$ および $|\mathrm{BC}|$ はそれぞれ線分ABと線分BCの長さを表す。

$\boxed{3}$ 正の実数 x, y が, 方程式

$$\frac{9^{4x} + 9^{y^2+1}}{6} = 3^{4x+y^2} \quad \cdots\cdots (\star)$$

を満たすとする。

(1) y^2 を x を用いて表せ。

(2) 正の実数 x, y が $(\star)$ および $1 - \dfrac{x}{y} > 0$ を満たしながら動くとき,

$$\frac{1}{\log_{1+\frac{x}{y}} 4} + \frac{1}{\log_{1-\frac{x}{y}} 4}$$

の最大値を求めよ。

$\boxed{4}$ $a_1 = 2,\ b_1 = 1$ および

$$a_{n+1} = 2a_n + 3b_n, \quad b_{n+1} = a_n + 2b_n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

で定められた数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ がある。$c_n = a_n b_n$ とおく。

(1) c_2 を求めよ。

(2) c_n は偶数であることを示せ。

(3) n が偶数のとき, c_n は 28 で割り切れることを示せ。

$\boxed{5}$ 座標平面上で, 媒介変数 θ を用いて

$$x = (1 + \cos\theta)\cos\theta, \quad y = \sin\theta \qquad (0 \leqq \theta \leqq \pi)$$

と表される曲線 C がある。C 上の点で x 座標の値が最小になる点を A とし, A の x 座標の値を a とおく。B を点 $(a, 0)$, O を原点 $(0, 0)$ とする。

(1) a を求めよ。

(2) 線分 AB と線分 OB と C で囲まれた部分の面積を求めよ。