２０２３年度一般選抜試験問題

数　　学

【注意事項】

1. この問題冊子には答案用紙が挟み込まれています。試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始後，答案用紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。
3. 問題冊子には**計 3 問**の問題が**数 1〜数 5 ページ**に記載されています。 落丁，乱丁および印刷不鮮明な箇所があれば，手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 答案には，必ず鉛筆（黒，「HB」「B」程度）またはシャープペンシル（黒，「HB」「B」程度）を使用しなさい。
5. 解答は答案用紙の指定された場所に記入しなさい。ただし，解答に関係のないことが書かれた答案は無効にすることがあります。
6. 問題冊子の余白は下書きに利用しても構いません。
7. 答案用紙はどのページも切り離してはいけません。
8. 答案用紙を持ち帰ってはいけません。

$\boxed{1}$ 次の (1) から (5) までの各問いに答えよ。なお，途中の式や考え方等も記入すること。

(1) 次の不等式を満たす整数 n を求めよ。ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

$$6^n < 5^{20} < 6^{n+1}$$

(2) 実数 x，y が $x^2 - 2x + y^2 - 3 = 0$ を満たすとき，

(a) $|x| + |y|$ の最小値とそのときの x および y の値を求めよ。

(b) $|x| + |y|$ の最大値とそのときの x および y の値を求めよ。

1 （続き）

(3) xyz 空間において，2 点 $(5,1,2)$，$(-3,7,12)$ を直径の両端とする球面がある。この球面が，z 軸から切り取る線分の長さを求めよ。

(4) 次の定積分を求めよ。

$$\int_0^1 (x+2)(x-1)^9 \, dx$$

1 （続き）

(5) 次の文章は,『貯蓄額や所得の多い少ないは「学歴」と関係あるのか？』という記事[1]からの抜粋である。

> 表は厚生労働省の令和元年国民生活基礎調査から，学歴ごとの平均所得金額（15 歳以上の雇用者 1 人あたり）をまとめたものです。（中略）
> 男性・女性ともに専門学校・短大・高専卒の方が所得金額が多いのに，総数となると高校・旧制中卒の方が多いのは統計上の謎です。

	小学・中学卒業	高校・旧制中卒業	専門学校・短大・高専卒業	大学・大学院卒業
総数	245.2 万円	303.5 万円	278.6 万円	487.4 万円
男性	300.8 万円	404.6 万円	409.0 万円	584.6 万円
女性	160.5 万円	186.1 万円	216.6 万円	291.5 万円

男性の所得金額も女性の所得金額もともに，専門学校・短大・高専卒業の方が，高校・旧制中卒業より多いのに，総数（男性＋女性）では，逆転した結果になっている。これはどうしてか，説明しなさい。

[1] あるじゃん All About マネー．”貯蓄額や所得の多い少ないは学歴と関係あるのか？”
https://allabout.co.jp/gm/gc/471199 （参照 2022-09-02）

$\boxed{\mathbf{2}}$ 以下の問いに答えよ。なお，途中の式や考え方等も記入すること。

(1) 点 $(3, -2)$ を，原点を中心として反時計回りに $\dfrac{\pi}{3}$ だけ回転したときの点の座標を求めよ。

(2) 3 点 $\mathrm{A}(1, 1)$，$\mathrm{B}(3, -2)$，C について，AB=AC かつ $\angle\mathrm{BAC} = \dfrac{\pi}{3}$ であるとき，点 C の座標を求めよ。

複素数平面上で原点 O と 2 点 $\mathrm{A}(\alpha)$，$\mathrm{B}(\beta)$ を頂点とする △OAB がある。直線 OB に関して点 A と対称な点を C，直線 OA に関して点 B と対称な点を D とする。

(3) 点 $\mathrm{C}(\gamma)$ とするとき，$\gamma = \overline{\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)}\beta$ であることを示せ。ただし，$\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)$ と共役な複素数を $\overline{\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)}$ で表すとする。

(4) 辺 AB と直線 DC が平行なとき，△OAB はどのような三角形か，求めよ。

3 以下の問いに答えよ。ただし，n は自然数とし，$0! = 1$ とする。なお途中の式や考え方等も記入すること。

(1) S_1 を

$$S_1 = \sum_{k=1}^{n} \frac{(k-1)!}{(k+1)!}$$

とするとき，$\lim_{n \to \infty} S_1$ を求めよ。

(2) S_2 を

$$S_2 = \sum_{k=1}^{n} \frac{(k-1)!}{(k+2)!}$$

とするとき，$\lim_{n \to \infty} S_2$ を求めよ。

(3) S_3 を

$$S_3 = \sum_{k=1}^{n} \frac{(k-1)!}{(k+3)!}$$

とするとき，$\lim_{n \to \infty} S_3$ を求めよ。

(4) 次の和 S_p を推測し，それを数学的帰納法によって証明せよ。ただし，p は自然数とする。

$$S_p = \sum_{k=1}^{n} \frac{(k-1)!}{(k+p)!}$$