前期日程

令和６年度入学試験問題

数　　学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので，解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また，解答用紙は問題ごとに別になっているので，注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

受験者は下の表にしたがって，志望学部・学科の問題を解答すること。

学部	学科	解答する問題
経法学部	全学科	$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ の４問
医学部	医学科	$\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$, $\boxed{7}$ の５問
	保健学科	$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ の４問
工学部	全学科	$\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$ の４問
繊維学部	先進繊維・感性工学科 機械・ロボット学科 化学・材料学科	$\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$ の４問

$\boxed{1}$ 座標平面上の放物線 $C : y = x^2$ 上に異なる 2 つの動点 $\mathrm{P}(p, p^2)$, $\mathrm{Q}(q, q^2)$ をとる。ただし，実数 p, q は $p < q$, $pq \neq 0$ を満たすとする。P における C の接線を l_{P}, P を通り l_{P} に垂直な直線を n_{P}, Q における C の接線を l_{Q}, Q を通り l_{Q} に垂直な直線を n_{Q} とする。また，l_{P} と l_{Q} の交点を R, n_{P} と n_{Q} の交点を S とし，$\angle\mathrm{PSQ} = 90^\circ$ であるとする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 直線 RS と y 軸が平行であることを示せ。

(2) 四角形 PRQS の面積 T を q を用いて表せ。また，T の最小値を求めよ。

$\boxed{2}$ 実数 a は $a>1$ を満たすとする。このとき，正の実数 x に対し，$x=a\left(1-\dfrac{1}{a}\right)^y$ を満たす実数 y がただ一つ定まる。この y を $y=f(x)$ と表すとき，次の問いに答えよ。

(1) u，v を正の実数とするとき，$f(u)+f(v)-f(uv)$ の値を a を用いて表せ。

(2) p，q，r，s を正の実数とする。$p:q=r:s$ のとき，$f(p)+f(s)=f(q)+f(r)$ であることを示せ。

$\boxed{3}$ 平面上の2つのベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ は, $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=1$, および $\vec{a}\cdot\vec{b}=1$ を満たすとする。k を定数とし, 2点 $\mathrm{Q}(2k\vec{a}+\vec{b})$, $\mathrm{R}(-3\vec{b})$ を直径の両端とする円を C, 点 $\mathrm{S}(-4\vec{b})$ を通り $\vec{a}$ に平行な直線を l とする。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) 円 C の半径 r を k を用いて表せ。

(2) 直線 l が円 C と共有点をもつとき, k のとり得る値の範囲を求めよ。

4 3つの箱A，B，Cと，赤球8個，白球30個がある。この38個の球から30個選び，3つの箱A，B，Cに10個ずつ入れるとき，次の問いに答えよ。ただし，同じ色の球は区別しないものとする。

(1) どの箱にも少なくとも1個の赤球が入り，かつ，すべての赤球がいずれかの箱に入るような入れ方は何通りあるか。

(2) 入れ方は全部で何通りあるか。

5 原点をOとする座標平面において，直線 $y=\dfrac{1}{\sqrt{3}}x$ の $x>0$ の部分を l，直線 $y=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}x$ の $x>0$ の部分を m とする。点Pは l 上を，点Qは m 上を，$\mathrm{PQ}=2$ を満たしながら動くとする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) $\angle\mathrm{OPQ}=t$ とするとき，P，Qの座標を t を用いて表せ。

(2) 線分PQの中点Mの軌跡を求め，座標平面上に図示せよ。

$\boxed{6}$ e を自然対数の底とするとき，次の問いに答えよ。

(1) すべての実数 x に対して，不等式 $\dfrac{e^x + e^{-x}}{2} \geqq 1 + \dfrac{1}{2}x^2$ が成り立つことを示せ。

(2) 等式 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\cos 2t}dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos 2t}dt$ が成り立つことを示せ。

(3) 不等式 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos 2t}dt \geqq \frac{5}{8}\pi$ が成り立つことを示せ。

7 n を自然数とし，1 から n までの異なる n 個の自然数からなる集合を N とする。N の 2 つの部分集合 P_1，P_2 は

$$P_1 \cap P_2 = \varnothing \quad かつ \quad P_1 \cup P_2 = N$$

を満たすとする。ただし，$\varnothing$ は空集合とする。P_1 の要素の総和を S_1，P_2 の要素の総和を S_2 とするとき，$S_1 = S_2$ を満たす P_1，P_2 が存在するような n の値をすべて求めよ。