

令和5年度入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また、解答用紙は問題ごとに別になっているので、注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

受験者は下の表にしたがって、志望学部学科の問題を解答すること。

学部	学科	解答する問題
経法学部	全学科	1, 2, 3, 4 の4問
医学部	医学科	3, 4, 5, 6, 7 の5問
	保健学科	1, 2, 3, 4 の4問
工学部	全学科	3, 4, 5, 6 の4問





**1**

$k$  を定数とする。関数  $f(x)$  と  $g(x)$  を

$$f(x) = x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 6x - k, \quad g(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 2x + 4|x - 1|$$

と定めるとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $y = f(x)$  のグラフと  $x$  軸が相異なる 3 つの共有点をもつような  $k$  の値の範囲を求めよ。
- (2)  $y = f(x)$  のグラフと  $y = g(x)$  のグラフが相異なる 3 つの共有点をもつような  $k$  の値の範囲を求めよ。



2.

平面上の三角形  $OAB$  は、 $OA = 3$ 、 $OB = 2$ 、 $\angle AOB = 60^\circ$  を満たすとする。  
この三角形の内部に点  $H$  をとり、 $\overrightarrow{OH} = p\vec{a} + q\vec{b}$  とおくと、次の問いに答えよ。ただし、 $p, q$  は実数で、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$  とする。

- (1)  $\overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{AB}$  のとき、 $p$  と  $q$  の間に成り立つ関係式を求めよ。
- (2)  $H$  が三角形  $OAB$  の垂心であるとき、 $p$  と  $q$  の値を求めよ。



3 方程式

$$\log_a(x-3) = \log_a(x+2) + \log_a(x-1) + 1$$

が解をもつとき、定数  $a$  のとり得る値の範囲を求めよ。





4 3つの自然数  $p$ ,  $p + 10$ ,  $p + 20$  がすべて素数となるような  $p$  がただ1つ存在することを示せ。



5 数列  $\{a_n\}$  は、すべての項が正であり、

$$\sum_{k=1}^n a_k^2 = 2n^2 + n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする。  $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$  とおくと、  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n\sqrt{n}}$  を求めよ。



6

数字の1が書かれたカードが2枚、2が書かれたカードが3枚、3が書かれたカードが4枚の計9枚のカードがある。この9枚のカードのすべてを横一列に並べるとき、次の問いに答えよ。

- (1) 並べ方は全部で何通りあるか。
- (2) 数字の3が書かれたカードが隣り合わないような並べ方は何通りあるか。
- (3) 同じ数字が書かれたカードが隣り合わないような並べ方は何通りあるか。



- 7  $t$  を実数とし、座標空間内の2点  $P(0, 0, t^2 - 1)$ ,  $Q(t, 1, e^t + e^{-t} - e - e^{-1})$  を考える。 $t$  を  $-1 \leq t \leq 1$  の範囲で動かすとき、線分  $PQ$  が通過してできる曲面および2平面  $y = 1$ ,  $z = 0$  で囲まれてできる立体の体積を求めよ。









