

令和3年度入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また、解答用紙は問題ごとに別になっているので、注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

受験者は下の表にしたがって、志望学部学科の問題を解答すること。

| 学部 | 学科 | 解 答 す る 問 題 |
|------|------|----------------------|
| 経法学部 | 全学科 | 1, 2, 3, 4 の4問 |
| 理学部 | 数学科 | 2, 3, 4, 5, 6, 7 の6問 |
| 医学部 | 医学科 | 3, 4, 5, 6, 7 の5問 |
| | 保健学科 | 1, 2, 3, 4 の4問 |
| 工学部 | 全学科 | 3, 4, 5, 6 の4問 |

1

以下の問いに答えよ。

- (1) 2つの変数 x , y のデータが、5個の x , y の値の組として次のように与えられているとする。

| | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|
| x | 12 | 14 | 11 | 8 | 10 |
| y | 11 | 12 | 14 | 10 | 8 |

x と y の相関係数を求めよ。

- (2) 20個の値からなるデータがある。そのうちの15個の値の平均値は10で分散は5であり、残りの5個の値の平均値は14で分散は13である。このデータの平均値と分散を求めよ。

2

座標平面において、円 C は $x > 0$ の範囲で x 軸と接しているとする。円 C の中心を P 、円 C と x 軸との接点を Q とする。また、円 C は、放物線 $y = x^2$ 上の点 $R(\sqrt{2}, 2)$ を通り、点 R において放物線 $y = x^2$ と共通の接線をもつとする。このとき、 $\triangle PQR$ の面積を求めよ。

3

箱の中に、2 と書かれた札 1 枚と、3 と書かれた札 2 枚が入っている。この箱から札を 1 枚引き、書かれている数字を見てからもとにもどす。この試行を n 回繰り返す。

このとき、 j 回目の試行で引いた札に書かれている数字を a_j とし、 a_1, a_2, \dots, a_n の積を A_n とおく。さらに、 A_n を 12 で割った余りを r_n とする。

$n \geq 3$ のとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 2 と書かれた札が出る回数を p とする。このとき、 $r_n = 6$ となるための p がみたす必要十分条件を求めよ。
- (2) $r_n = 6$ となる確率を n を用いて表せ。
- (3) $r_n = 0$ となる確率を n を用いて表せ。

4

四面体 $OABC$ に対し、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ 、 $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく。

辺 OA 、 OB 、 OC を $1:2$ に内分する点を、それぞれ P 、 Q 、 R とし、辺 BC 、 AC 、 AB を $2:1$ に内分する点を、それぞれ D 、 E 、 F とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 4 点 P 、 Q 、 D 、 E が同一平面上にあることを示せ。
- (2) 4 点 P 、 Q 、 D 、 E の定める平面と直線 FR の交点を S とするとき、ベクトル \overrightarrow{OS} を \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} を用いて表せ。

5 以下の問いに答えよ。

(1) 定積分 $\int_0^1 x^4(1-x)^4 dx$ を求めよ。

(2) 定積分 $\int_0^1 \frac{x^4(1-x)^4}{1+x^2} dx$ を求めよ。

(3) 不等式 $\frac{1}{1260} < \frac{22}{7} - \pi < \frac{1}{630}$ を示せ。

6

a, b, c を定数とする。関数 $f(x) = a \sin x + b \cos x + c \sin 2x$ は、 $x = \frac{\pi}{4}$ で極大値 $6\sqrt{2} + \sqrt{3}$ をとるとする。また、 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 12$ であるとする。このとき、 a, b, c の値を求めよ。また、区間 $-\pi \leq x \leq \pi$ における $f(x)$ の最小値を求めよ。

7

実数全体を定義域とする関数 $f(x)$ は, すべての実数 a, b に対し,

$$f(a+b) = f(a) + f(b) + 4ab$$

をみたすとする。さらに, 関数 $f(x)$ は $x=0$ で微分可能で, $f'(0) = 2$ であるとする。このとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) $f(0)$ の値を求めよ。
- (2) 関数 $f(x)$ は区間 $(-\infty, \infty)$ で微分可能であることを示せ。また, 関数 $f(x)$ を求めよ。
- (3) 関数 $g(x) = \int_1^x \frac{1}{f(t)} dt$ ($x > 1$) の極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$ を求めよ。

