令 和 5 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　学（理系）

200 点満点

≪配点は，一般選抜学生募集要項に記載のとおり．≫

（注　意）

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと．
2. 解答冊子は表紙のほかに，解答用ページ，計算用ページ，余白ページをあわせて 16 ページある．
3. 問題は全部で 6 題ある（1 ページから 2 ページ）．
4. 試験開始後，解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること．表紙には，これら以外のことを書いてはならない．
5. 解答は問題番号に対応する解答用ページに書くこと．それ以外のページに書かれたものは採点の対象としない．ただし，解答用ページに続き方をはっきり示した場合は，見開きの隣接する計算用ページを解答用ページの続きとして使用してもよい．この場合は，解答用ページに「計算用ページに続く」旨が明示されたときに限って，計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する．なお，他のページに書かれたものは採点の対象とはならないので注意すること．
6. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある．なお，計算用ページおよび余白ページに書かれた解答のための下書き，計算などは，消さずに残しておいてもよい．
7. 解答冊子は，どのページも切り離してはならない．
8. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答冊子は持ち帰ってはならない．

1

(35 点)

次の各問に答えよ.

問 1　定積分$\int_1^4 \sqrt{x}\,\log(x^2)\,dx$の値を求めよ.

問 2　整式$x^{2023}-1$を整式$x^4+x^3+x^2+x+1$で割ったときの余りを求めよ.

2

(30 点)

空間内の4点O, A, B, Cは同一平面上にないとする. 点D, P, Qを次のように定める. 点Dは$\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+2\overrightarrow{\mathrm{OB}}+3\overrightarrow{\mathrm{OC}}$を満たし, 点Pは線分OAを1：2に内分し, 点Qは線分OBの中点である. さらに, 直線OD上の点Rを, 直線QRと直線PCが交点を持つように定める. このとき, 線分ORの長さと線分RDの長さの比OR：RDを求めよ.

3

(30 点)

nを自然数とする. 1個のさいころをn回投げ, 出た目を順にX_1, X_2, ……, X_nとし, n個の数の積$X_1X_2\cdots\cdots X_n$をYとする.

(1)　Yが5で割り切れる確率を求めよ.

(2)　Yが15で割り切れる確率を求めよ.

4

(35 点)

次の関数 $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ.

$$f(x) = e^{-x^2} + \frac{1}{4}x^2 + 1 + \frac{1}{e^{-x^2} + \frac{1}{4}x^2 + 1} \qquad (-1 \leqq x \leqq 1)$$

ただし，e は自然対数の底であり，その値は $e = 2.71\cdots\cdots$ である.

5

(35 点)

O を原点とする xyz 空間において，点 P と点 Q は次の 3 つの条件(a)，(b)，(c)を満たしている.

(a) 点 P は x 軸上にある.

(b) 点 Q は yz 平面上にある.

(c) 線分 OP と線分 OQ の長さの和は 1 である.

点 P と点 Q が条件(a)，(b)，(c)を満たしながらくまなく動くとき，線分 PQ が通過してできる立体の体積を求めよ.

6

(35 点)

p を 3 以上の素数とする．また，θ を実数とする.

(1) $\cos 3\theta$ と $\cos 4\theta$ を $\cos\theta$ の式として表せ.

(2) $\cos\theta = \frac{1}{p}$ のとき，$\theta = \frac{m}{n}\cdot\pi$ となるような正の整数 m，n が存在するか否かを理由を付けて判定せよ.

問題は，このページで終わりである。