令 和 3 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　学 (理系)

200 点満点

≪配点は，一般選抜学生募集要項に記載のとおり．≫

(注　意)

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと．
2. 解答冊子は表紙のほかに，解答用ページ，計算用ページ，余白ページをあわせて 16 ページある．
3. 問題は全部で 6 題ある（1 ページから 2 ページ）．
4. 試験開始後，解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること．表紙には，これら以外のことを書いてはならない．
5. 解答は解答冊子の指定された解答用ページに書くこと．ただし，続き方をはっきり示して見開きに隣接する計算用ページに解答の続きを書いてもよい．この場合に限って，計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する．また，余白ページに書かれたものは採点の対象としない．
6. 解答のための下書き，計算などは，計算用ページまたは余白ページに書いて，残しておいてもよい．
7. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある．
8. 解答冊子は，どのページも切り離してはならない．
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答冊子は持ち帰ってはならない．

1 (40 点)

次の各問に答えよ．

問 1　xyz 空間の 3 点 A$(1,0,0)$，B$(0,-1,0)$，C$(0,0,2)$を通る平面 α に関して点 P$(1,1,1)$と対称な点 Q の座標を求めよ．ただし，点 Q が平面 α に関して P と対称であるとは，線分 PQ の中点 M が平面 α 上にあり，直線 PM が P から平面 α に下ろした垂線となることである．

問 2　赤玉，白玉，青玉，黄玉が 1 個ずつ入った袋がある．よくかきまぜた後に袋から玉を 1 個取り出し，その玉の色を記録してから袋に戻す．この試行を繰り返すとき，n 回目の試行で初めて赤玉が取り出されて 4 種類全ての色が記録済みとなる確率を求めよ．ただし，n は 4 以上の整数とする．

2 (30 点)

曲線 $y=\dfrac{1}{2}(x^2+1)$ 上の点 P における接線は x 軸と交わるとし，その交点を Q とおく．線分 PQ の長さを L とするとき，L が取りうる値の最小値を求めよ．

3 (30 点)

無限級数 $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n\cos\frac{n\pi}{6}$ の和を求めよ．

4 (30 点)

曲線 $y = \log(1 + \cos x)$ の $0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の部分の長さを求めよ.

5 (30 点)

xy 平面において，2点 $\mathrm{B}(-\sqrt{3},\ -1)$，$\mathrm{C}(\sqrt{3},\ -1)$ に対し，点Aは次の条件(＊)を満たすとする.

(＊)　$\angle\mathrm{BAC} = \dfrac{\pi}{3}$ かつ点Aの y 座標は正.

次の各問に答えよ.

(1)　△ABCの外心の座標を求めよ.

(2)　点Aが条件(＊)を満たしながら動くとき，△ABCの垂心の軌跡を求めよ.

6 (40 点)

次の各問に答えよ.

問1　n を2以上の整数とする. $3^n - 2^n$ が素数ならば n も素数であることを示せ.

問2　a を1より大きい定数とする. 微分可能な関数 $f(x)$ が $f(a) = af(1)$ を満たすとき，曲線 $y = f(x)$ の接線で原点 $(0,\ 0)$ を通るものが存在することを示せ.

問題は，このページで終わりである。