

令和 5 年度入学試験問題

理 科

(注 意 事 項)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 届け出た選択科目以外は解答してはならない。
3. 問題冊子のページ及び解答紙は次のとおりである。「始め」の合図があったら届け出た選択科目についてそれぞれを確認すること。また、各科目の表紙に留意事項の記載がある場合は、その内容を参考に解答すること。

科 目	問 題 冊 子	解 答 紙	
	ペ ー ジ	解答紙番号	枚 数
物理基礎・物理	1 ～ 14	32 ～ 34	3
化学基礎・化学	15 ～ 30	35 ～ 39	5
生物基礎・生物	31 ～ 52	40 ～ 44	5
地学基礎・地学	53 ～ 63	45 ～ 48	4

4. 各解答紙の 2 箇所に受験番号を記入すること。
5. 受験番号は、裏面の記入例にならって、マス目の中に丁寧に記入すること。
6. 解答はすべて解答紙の所定の欄に記入すること。
7. 計算その他を試みる場合は、解答紙の裏又は問題冊子の余白を利用すること。
8. この教科は、2 科目 250 点満点(1 科目 125 点満点)です。なお、医学部保健学科(看護学専攻)については、2 科目 100 点満点に換算します。

受験番号の記入例

A	B	D	E	G	H	I	K	L	M	P	S	T	W	Z

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

物 理 基 礎 · 物 理

[1] (45点)

点 O を原点とする 2次元 xy 座標系があり、 xy 平面内での物体の運動を考える。物体は、大きさが無視できる質点とみなせるとし、 y 軸の負の向きを鉛直下向きとする重力を受ける。重力加速度の大きさを g とし、摩擦や空気の抵抗は無視できるものとする。また、円周率を π と表す。以下の問いに答えよ。

問 1. まず、図1に示すように、質量 m の物体が点 $A(0, 2L)$ および点 $B(\pi L, 0)$ ($L > 0$) を通る直線 AB 上を運動する。点 A を基準とし、 $A \rightarrow B$ の向きを正として、直線 AB に沿った物体の変位を s とする。物体の変位が s であるとき、直線 AB の方向は s が増える向き ($A \rightarrow B$) を正とし、直線 AB の方向が鉛直下向きとなす角度を θ とする。時刻 $t = 0$ で、物体は点 A ($s = 0$) にあり、初速度は 0 (ゼロ) であった。

(1) 時刻 t のとき、物体は、変位 s の位置にあり、直線 AB の方向の加速度 a をもつとする。物体の直線 AB の方向の運動方程式を書け。ここで、解答に角度 θ を用いてよい。

(2) 物体が点 B に到達する時刻を求めよ。ただし、解答は、加速度 a と角度 θ を用いずに表せ。

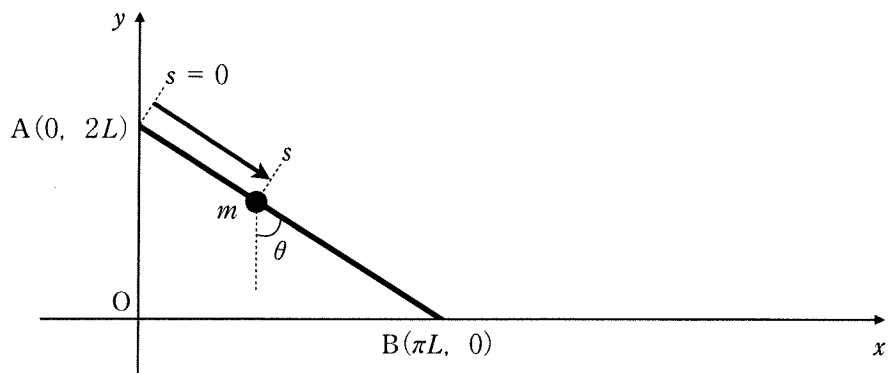


图 1

問 2. 次に、図 2 に示すように、質量 m の物体が点 $A(0, 2L)$ 、点 $B(\pi L, 0)$ および点 $C(2\pi L, 2L)$ ($L > 0$) を通る滑らかな曲線 ABC に沿って運動する。点 A を基準とし、 $A \rightarrow B \rightarrow C$ の向きを正として、曲線 ABC に沿った物体の変位を s とする。物体の変位が s であるとき、その位置での曲線 ABC の接線方向は s が増える向き ($A \rightarrow B \rightarrow C$) を正とし、接線方向が鉛直下向きとなす角度を θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) とする。この曲線 ABC 上で、変位 s と角度 θ の間には次の関係式が成り立つ。

$$s = 4L(1 - \cos \theta) \quad \dots \textcircled{1}$$

時刻 $t = 0$ で、物体は点 A ($s = 0$) にあり、初速度は 0 (ゼロ) であった。物体は曲線 ABC 上で、点 B を中心とする往復運動をした。

- (1) 時刻 t のとき、物体は、変位 s の位置にあり、曲線 ABC の接線方向の加速度 β をもつとする。物体の曲線 ABC の接線方向の運動方程式を書け。ここで、解答に角度 θ を用いてよい。
- (2) 式①を用いて、問 2(1)で求めた運動方程式における、物体が受ける力を変位 s で表せ。
- (3) 物体の往復運動の周期を求めよ。
- (4) 物体が点 A から点 B に曲線 ABC に沿って運動する時間は、問 1 のように点 A から点 B に直線運動する場合の時間と比べて何倍かを求めよ。
- (5) 物体が点 B に初めて到達するときの速さを求めよ。

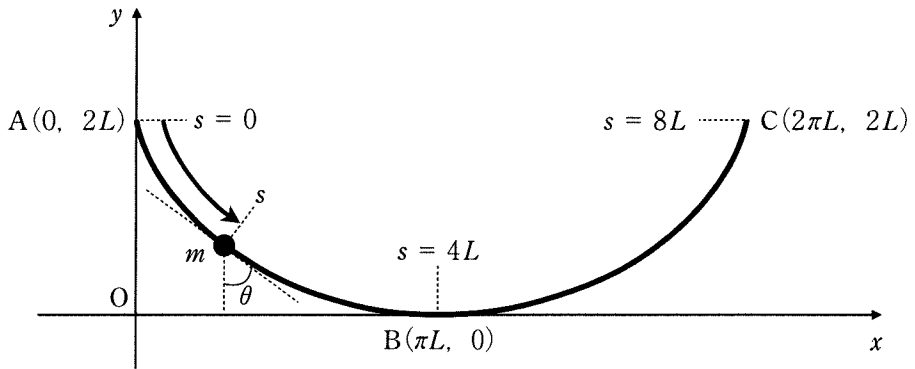


図 2

問 3. 次に、図 3 に示すように、図 2 と同じ曲線 ABC 上の二つの物体の運動を考える。時刻 $t = 0$ で、質量 m の物体は点 $A(0, 2L)$ ($L > 0$) に、質量 $2m$ の物体は曲線 BC 上で $y = L$ の位置にあり、二つの物体はともに初速度 0 (ゼロ) で同時に運動を始めた。二つの物体は、ある時刻で完全非弾性衝突し、衝突後に合体して一つの物体となった。

- (1) 二つの物体が衝突する時刻を求めよ。
- (2) 衝突後に一つに合体した物体が到達する最高点の y 座標を求めよ。

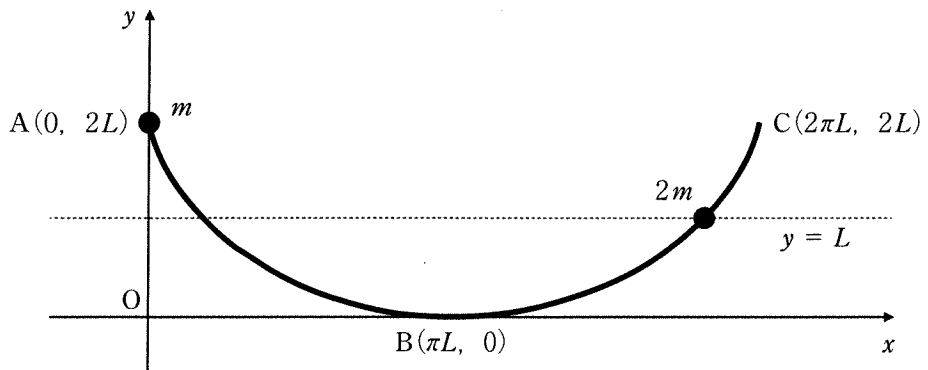


図 3

[2] (40点)

以下の問いに答えよ。

問 1. 2枚の極板 A, B を用い, 極板間距離 d を調節可能にすることで電気容量が可変な平行板コンデンサーを作製した。 d は十分に小さいとし, 電気容量を d の関数として $C(d)$ と表す。

(1) $C(d)$ のふるまいとして最もふさわしいものを次の①～④の中から選べ。

- ① $C(d)$ は d に比例する。 ② $C(d)$ は d^2 に比例する。
 ③ $C(d)$ は d に反比例する。 ④ $C(d)$ は d^2 に反比例する。

図 1(a) のように, この可変コンデンサーに角周波数 ω の交流電圧を加え, 十分に時間がたったのちに回路に流れる電流 I を測定したところ, 図 1(b) のようになった。 I の符号は極板 A に流れ込む向きを正とし, 交流電流の振幅を I_0 とする。ここで, d は固定しているとする。

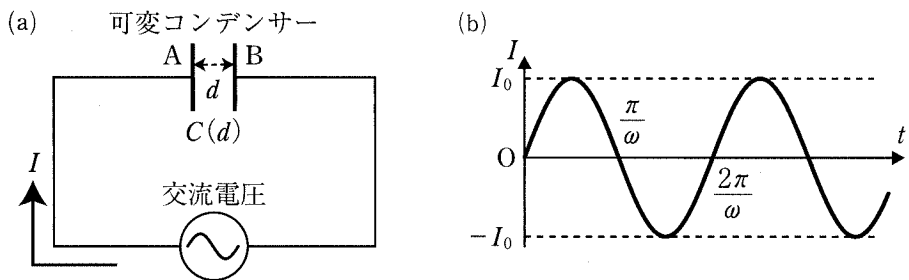


図 1

- (2) 十分に短い時間 Δt の間に電流 I が極板 A に流れ込むとき、極板 A に蓄えられる電気量は $\Delta Q = I\Delta t$ だけ増加する。極板 A に蓄えられる電気量が最大となる時刻 t_1 、およびそのときの電気量 Q_1 を求めよ。ただし、 $0 < t_1 \leq \frac{2\pi}{\omega}$ とする。
- (3) 時刻 t_1 において極板 B からみた極板 A の電圧 V_1 を $C(d)$, I_0 , ω のうち必要なものを用いて表せ。

問 2. 次に導線を用いてコイルを作製した。

- (1) コイルに関する下記の説明のうち、空欄 ～ に入る式を文章中の N , a , S , I , ΔI , Δt , および真空の透磁率 μ_0 のうち必要なものを用いて表せ。

「導線が N 回巻かれた円筒形のコイルを考える。導線の 1 巻きが囲む円の面積を S とし、コイルの長さは a で十分に長いものとする。このコイルに電流 I を流したとき、コイル内部には の大きさの一樣な磁束密度ができ、コイルの導線 1 巻きを垂直に貫く磁束の大きさは となる。十分に短い時間 Δt の間に $\Delta I (> 0)$ だけ電流の大きさが変化したとすると、コイルの導線 1 巻きあたり (> 0) の大きさの誘導起電力が生じる。コイル全体ではこの N 倍の誘導起電力が生じるから、コイルの自己インダクタンスは と表すことができる。」

- (2) コイルの自己インダクタンスを L で表す。角周波数 ω の交流電圧をコイルに加え、振幅 I_0 の交流電流が流れたとする。このとき、コイルの両端にかかる交流電圧の振幅を L , I_0 , ω のうち必要なものを用いて表せ。

問 3. 問 1 の静電容量(電気容量) $C(d)$ の可変コンデンサーおよび問 2 の自己インダクタンス L のコイルを用いて、図 2(a) のような共振回路を作製した。この共振回路には電気抵抗 R の抵抗がつながれており、角周波数 ω を変えることのできる交流電圧が加わっている。回路の導線の電気抵抗は無視できるものとする。はじめ、可変コンデンサーの電極間距離(極板間距離)を d_1 に設定した。交流電圧の振幅を一定に保ったまま ω を変化させ、回路に流れる交流電流 I の振幅 I_0 を測定したところ、図 2(b) のようになった。このとき最大の I_0 が得られた角周波数を ω_1 とする。 I の符号は図 2(a) の矢印の向きに電流が流れるときを正とし、各素子(可変コンデンサー、コイル、抵抗)の両端にかかる電圧の符号は I の正の向きに電位が降下するときを正とする。

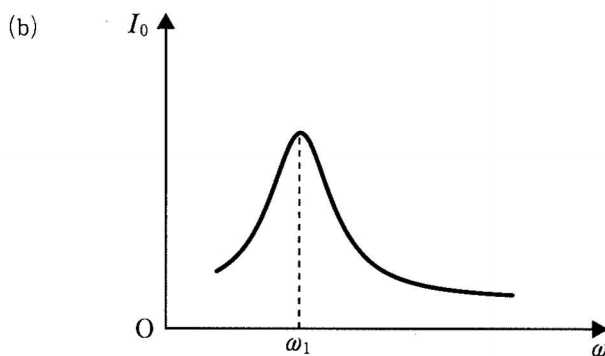
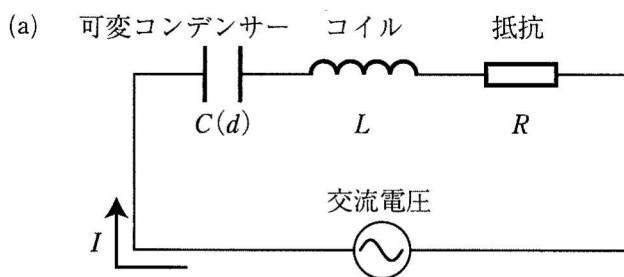


図 2

- (1) 角周波数が ω_1 であるとき、コイルの両端にかかる電圧 V_L を測定したところ、図3の一点鎖線のような波形になった。それと同時に可変コンデンサの両端にかかる電圧 V_C を測定したときの波形を解答紙のグラフ上に実線で描け。
- (2) I_0 が最大となる角周波数 ω_1 を $C(d_1)$, L , R のうち必要なものを用いて表せ。
- (3) 角周波数 ω_1 とは異なる角周波数 ω_2 において I_0 が最大となるようにするには可変コンデンサの電極間距離を d_2 に変える必要がある。 d_2 を d_1 , ω_1 , ω_2 を用いて表せ。
- (4) 交流電圧の振幅を一定に保ったまま I_0 の最大値をさらに大きくしたい。そのためには、図2(a)の素子のいずれかを変更する必要がある。何をどのように変更すればよいか10字程度で簡潔に述べよ。ただし、句読点も1字として数える。

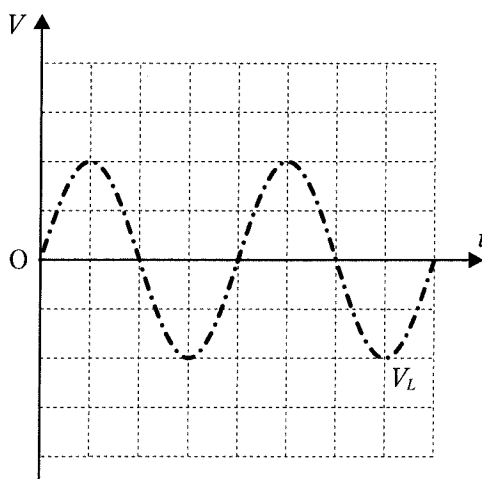


図3

[3] (40 点)

以下の問いに答えよ。

- 問 1. 図 1 のように厚さの無視できる断熱性の二つのピストン(左からピストン 0, ピストン 1 と呼ぶ)が付いた断面積 S の円筒状の断熱容器がある。内部には, N 個の単原子分子理想気体が封入されている。最初, ピストンはともに静止しており, その間隔は L であった。気体分子の運動は各方向に一樣で, 速度 \vec{v} の 2 乗の平均が $\overline{v^2}$ であった。この状態から, ピストン 1 を固定したまま, ピストン 0 のみを x 軸の正の向きに速さ $v_0 (\ll \sqrt{\overline{v^2}})$ で距離 $\Delta x (\ll L)$ だけ動かす。気体 1 分子の質量を m として, 重力の影響は無視できるとする。ピストンの表面は x 軸に垂直であり, 気体分子はピストンや容器の壁と弾性衝突する。以下の空欄 ~ に適した式または数値を, それぞれの解答欄に記入せよ。なお, , については, $\Delta x \ll L$ で成り立つ以下の近似式を用いて答えよ。

$$\left(1 + \frac{\Delta x}{L}\right)^\alpha \doteq 1 + \alpha \frac{\Delta x}{L} \quad (\alpha \text{ は実数})$$

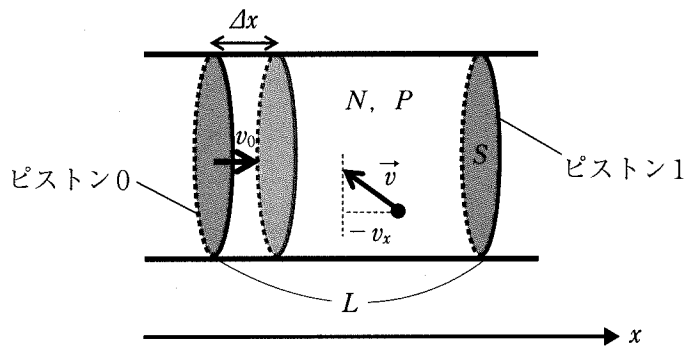


図 1

最初、速度の x 成分が $-v_x$ ($v_x \gg v_0 > 0$) であった気体分子が、移動中のピストン 0 に衝突したとすると、衝突後の速度の x 成分は $v_x +$ ア となる。したがって、速度の x 成分の大きさはピストン 0 に衝突するたびに ア だけ増加する。気体分子間の衝突が無視できるとし、また、 $\Delta x \ll L$, $v_0 \ll v_x$ であるから、この気体分子が x 方向に容器内を往復する時間は $\frac{2L}{v_x}$ で近似できる。ピストン 0 を動かし終わるまでにこの気体分子はピストン 0 に $\frac{\Delta x v_x}{2v_0 L}$ 回衝突するため、ピストン 0 を止めた直後の速度の x 成分の大きさは イ $\times v_x$ となる。

ピストン 0 を動かして気体を圧縮する間の気体分子間の衝突を無視すると、 x 軸に垂直で、直交する 2 方向の気体分子の速度成分の 2 乗の平均はそれぞれ $\frac{\overline{v^2}}{3}$ のままで変化しない。一方、気体分子の速度の x 成分の 2 乗の平均はピストン 0 を止めた直後には ウ $\times \frac{\overline{v^2}}{3}$ になる。したがって、容器内部の N 個の気体分子が持つ運動エネルギーは圧縮前と比べて エ $\times \overline{v^2}$ だけ増加する。

実際には気体分子間の弾性衝突によって運動は各方向に一様となり、以下の関係が成り立つ。

$$(\text{気体の圧力}) \times (\text{気体の体積}) = \frac{2}{3} \times (\text{全気体分子の運動エネルギー}) \quad \dots \textcircled{1}$$

圧縮前の気体の圧力を P 、圧縮後の圧力を $P + \Delta P$ とする。 $\Delta P \times \Delta x$ に比例する項は極めて小さいために無視すると、圧縮の前後での式①の左辺の変化量は、 S , P , L を用いて オ $\times \Delta P -$ カ $\times \Delta x$ で与えられる。式①の右辺は圧縮の前後で $\frac{2}{3} \times$ エ $\times \overline{v^2}$ だけ増加しているから、以下の関係式が得られる。

$$\frac{\Delta P}{P} = \text{キ} \times \frac{\Delta x}{L} \quad \dots \textcircled{2}$$

問 2. 式②を満たすように気体の一部がわずかな断熱圧縮と膨張を繰り返して振動すると、疎密波(縦波)が発生する。これが音波である。その速度を以下の手順で近似的に求めよう。

図 2(a)のように、断面積 S で無限に長い円筒の内部に、質量と厚さが無視できる無数のピストンが設置されている。ピストンで区切られたそれぞれの空間には、問 1 と同じように N 個の単原子分子理想気体(1分子の質量 m)が断熱された状態で封入されている。静止状態において各ピストンは間隔 L で並んでおり、このときの気体の圧力を P とする。ピストンは左端から順番にピストン 0, ピストン 1, … と呼び、ピストン n とピストン $n + 1$ で区切られた領域を空間 n ($n = 0, 1, 2, \dots$) とする。図 2(b)のように、右向きを正の方向として、ピストン n の静止位置からの変位を x_n とする。また、空間 n における気体の圧力の P からの変化量を ΔP_n とする。図のようにピストン 0 を、 $x_0 = A \sin(\omega t)$ のように角振動数 ω , 振幅 A ($\ll L$) で変位させると、その振動が右側のピストンに次々と伝わる。以下の空欄 ク ～ サ に適した式または数値を、それぞれの解答欄に記入せよ。ただし、気体やピストンの運動に伴う摩擦、および重力による影響は無視し、問 1 で求めた キ の値を γ とし、式②と同様の関係式

$$\frac{\Delta P_n}{P} = -\gamma \frac{x_{n+1} - x_n}{L}$$

が成り立つことを用いてよい。

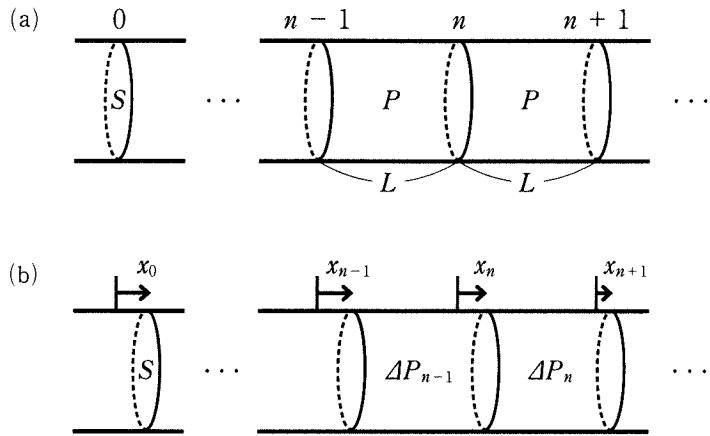


図 2

右向きに波長 $\lambda (\gg L)$ の波が伝搬する場合を考える。このときピストン n の変位は $x_n = A \sin \left(\omega t - \frac{2\pi n L}{\lambda} \right)$ のように表される。ピストン $n (\geq 1)$ に加わる力は、 S , ΔP_n , ΔP_{n-1} を用いて ケ で与えられる。また、 $L \ll \lambda$ では空間 n 内に存在する N 個の気体分子はピストン n とともに運動するとする。ピストン $n (\geq 1)$ の加速度を a_n とすると、ピストン n とともに運動する気体の運動方程式は、 γ , P , S , L を用いて、

$Nma_n = \text{ケ} \times (x_{n+1} - 2x_n + x_{n-1})$ と書ける。三角関数の公式

$$\begin{aligned} \sin(\phi \pm \phi_0) &= \sin \phi \cos \phi_0 \pm \cos \phi \sin \phi_0 \\ \cos(\phi \pm \phi_0) &= \cos \phi \cos \phi_0 \mp \sin \phi \sin \phi_0 \end{aligned} \quad (\text{複合同順})$$

を用いれば、 $x_{n+1} - 2x_n + x_{n-1} = 2 \times \left\{ \cos \left(\text{コ} \right) - 1 \right\} \times x_n$ と書けるため、ピストン n とともに運動する気体の運動方程式は、

$Nma_n = -4 \times \text{ケ} \times \sin^2 \left(\frac{\text{コ}}{2} \right) \times x_n$ となる。これは単振動

を表す。 $\lambda \gg L$ であることから $\sin \left(\frac{\pi L}{\lambda} \right) \doteq \frac{\pi L}{\lambda}$ の近似を用いると、この気体中を伝搬する音波の速さは、 γ , P , S , L , N , m を用いて サ と表される。

