物　　理（全2の1）

ある小問でのみ定義される物理量の記号を他の小問の解答で用いないように注意せよ。円周率をπとする。解答に既約分数を用いてよい。

1 図1のように，長さLの軽くて伸びない糸の一端を点Pに固定し，他端に質量mの小球をつける。はじめ小球は点Pの真下で静止している。このときの小球の位置を原点Oとする。原点Oから水平方向右向きにx軸をとる。小球にx軸の正の方向に瞬間的に力を加えたところ，糸がたるむことなく小球は運動を始めた。糸と鉛直線がなす角をθとする。θは小球が原点Oにあるときを0とし，反時計回りを正とする。摩擦や空気抵抗は無視でき，重力加速度の大きさをgとする。ただし，小球の運動は鉛直面内に限られるものとする。

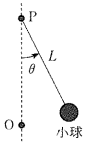

図1

Ⅰ．θの最大値をαとし，αが$\frac{\pi}{2}$より小さい場合を考える。次の(1)から(4)の問いにθを用いずに答えよ。

(1) 小球の高さが最大となったとき，糸にかかる張力の大きさはいくらか。

(2) 小球の高さが最大となったとき，小球の加速度の大きさはいくらか。

(3) αが$\frac{\pi}{3}$であるとき，小球が原点Oを通過するときの速さはいくらか。

(4) αが$\frac{\pi}{3}$であるとき，小球が原点Oを通過するときに糸にかかる張力の大きさはいくらか。

Ⅱ．糸がたるまずに$\theta=\pi$を通過する場合を考える。

(5) 小球が$\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{3\pi}{2}$の範囲にあり，その速さが$v$の瞬間に糸にかかる張力の大きさはいくらか。

(6) 糸がたるまずに$\theta=\pi$を通過するために必要な小球の原点Oでの速さの最小値はいくらか。

Ⅲ．θが$\frac{2\pi}{3}$を超えると糸がたるむ場合を考える。

(7) $\theta=\frac{2\pi}{3}$となったときの小球の速さはいくらか。

(8) 運動を始めたときの小球の速さはいくらか。

Ⅳ．小球に(8)の初速度を与え，$\theta=\frac{2\pi}{3}$となったときに小球が糸から静かに離れる場合を考える。

(9) 小球が糸から離れてから原点Oと同じ高さに到達するまでの時間はいくらか。

(10) 小球が原点Oと同じ高さに到達したときの小球のx座標の値はいくらか。

2 図2のように，断面積S_AのシリンダーAと断面積S_BのシリンダーBが机の上に固定されている。二つのシリンダーの間には，なめらかに動く長さの変わらない軽いピストンが取りつけられている。外部からの圧力や重力は無視でき，ピストンの端がシリンダーの端に届くことはないものとする。ピストンには容積の無視できる細い管が通っていて，途中に取りつけられたコックを開くことで，二つのシリンダーを接続できる。シリンダー内の気体はそれぞれ自由に加熱や冷却ができるが，シリンダーやピストンは熱を通さないものとする。はじめコックは閉じられていて，シリンダーA，Bには同じ分子からなる単原子分子理想気体がそれぞれ物質量n_A，n_Bだけ閉じ込められている。また，二つのシリンダー内の気体の温度は等しく，シリンダーA内の気体の体積はV_0で，ピストンは静止している。これを初期状態とする。初期状態からシリンダーA内の気体のみを冷却すると，ピストンが動いて二つのシリンダー内の気体の体積は等しくなった。このときシリンダーA内の気体の温度はTであった。これを状態2とする。状態2になった瞬間にシリンダーA内の気体の冷却をやめ，ピストンを固定し，コックを開いた。この状態で十分に時間が経ったときを状態3とする。最後に，ピストンを固定しコックを開いたまま，シリンダーA内の気体の温度を状態3の$\frac{5}{2}$倍とし，その温度に対しシリンダーB内の気体の温度が$\frac{1}{3}$倍になるように保ったところ，二つのシリンダー内の圧力は等しくなった。これを最終状態とする。気体定数をRとし，$S_A>S_B$，$n_A \geqq n_B$で，温度は絶対温度であるとして以下の問いに答えよ。

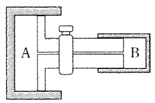

図2

(1) 初期状態のシリンダーB内の気体の体積はいくらか。

(2) 状態2におけるシリンダーB内の気体の温度はいくらか。

(3) 初期状態から状態2になる過程で，シリンダーB内の気体がした仕事は正か負かあるいは0か。

(4) 状態3におけるシリンダーB内の気体の物質量はいくらか。

(5) 状態3におけるシリンダーA内の気体の温度はいくらか。

(6) 最終状態でシリンダーA内の気体の物質量はシリンダーB内の気体の物質量の何倍か。

(7) 最終状態のシリンダーB内の気体の内部エネルギーは，状態3のシリンダーB内の気体の内部エネルギーの何倍か。

物　　理（全2の2）

3 紙面に垂直にz軸をとり，表から裏の向きをz軸の正の向きとする。z軸と平行に一様な磁場（磁界）をかける。磁束密度は時刻0で0，時刻t_1で$2B_0$，時刻$4t_1$で$-B_0$，時刻$8t_1$でB_0である。ここで磁束密度の正の向きはz軸の正の向きであり，B_0は正の定数である。磁束密度は時刻0からt_1の間，t_1から$4t_1$の間，$4t_1$から$8t_1$の間はそれぞれ一定の割合で変化し，時刻$8t_1$以降は一定とする。時刻t_1から時刻$4t_1$の間で磁束密度の大きさが0となった瞬間を時点Aと呼ぶ。

Ⅰ．図3－1のように，z軸と垂直に半径aの円形の1巻きのコイルを置く。コイルの電気抵抗をRとする。電流の流れる向きは，紙面表から見て時計回りを正の向きとする。電流がつくる磁場は無視できるものとする。

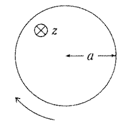

図3－1

(1) 時刻t_1におけるコイルを貫く磁束の大きさはいくらか。

(2) 時点Aの誘導電流の大きさはいくらか。

(3) 時刻0から時刻$8t_1$の間にコイルに流れる電流と時間の関係を表すグラフを解答欄に描け。時点Aにおける誘導電流の大きさをI_Aとして，I_Aと比較して各時刻の電流がわかるように適切に目盛りをつけること。

(4) 時刻$5t_1$にコイルが磁場から受ける力の向きについて，最も適切なものを次の中から選べ。

(ア) z軸の正の向き　(イ) z軸の負の向き　(ウ) 誘導電流の流れる向き　(エ) 誘導電流の流れる向きと逆向き

(オ) 紙面内でコイルの中心向き　(カ) 紙面内でコイルの中心から外向き

(5) 時刻0から時刻$8t_1$の間に生じるジュール熱はいくらか。

Ⅱ．図3－2のように，Ⅰ．のコイルを5つ，L_1，L_2，L_3，L_4，L_5の順番で重ならないように導線でひとつづきにつなげて紙面内に置く。コイルL_1とL_5は点線で示すように裏側を回って他とは接触しないように接続されている。紙面内で5つの円形コイルの接する直線に沿ってx軸をとり，この5連のコイルをx軸まわりにx軸の正の方向から見て反時計回りに一定の角速度ωで回転させる。時刻0でコイルは紙面内にあるものとする。電流がつくる磁場は無視でき，半径aの円形をなす部分以外による誘導電流や抵抗は無視できるものとする。図3－2は模式図であり，コイル中に示されている矢印はある時刻に流れる誘導電流の向きを模式的に表したものである。

(6) 磁束密度がB_0のとき，コイルが紙面から角度$\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$傾いているとすると，5連のコイルを貫く磁束の大きさはいくらか。

(7) コイルL_2に生じる誘導起電力が$-V$のとき，コイルL_1，L_3，L_5に生じる誘導起電力の和と，コイルL_2，L_4に生じる誘導起電力の和をそれぞれ答えよ。

(8) 時刻0から時点Aまででちょうどコイルは1回転した。時刻$11t_1$での誘導電流の瞬間値の大きさをωを用いずに答えよ。ここで時刻tでの微小時間Δtの間の微小変化に対し，$\frac{\Delta\sin(\omega t)}{\Delta t}=\omega\cos(\omega t)$，$\frac{\Delta\cos(\omega t)}{\Delta t}=-\omega\sin(\omega t)$と書けるものとする。

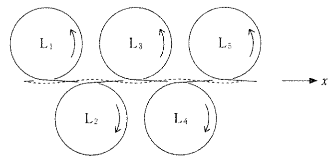

図3－2