

'22 前期日程

数 学 問 題

(医 学 部)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この『数学問題』を開いてはいけません。
2. この中には、2枚の下書き用紙と、問題文を含む5枚の解答用紙があります。
3. 試験開始後、直ちに、二つ折りになっているすべての用紙を広げてください。
4. 問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合は申し出てください。
5. 氏名と受験番号は、すべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
6. 解答用紙の裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが、解答は各問題の下の解答欄に記入し、裏面は解答に使用しないでください。解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。
7. 5枚の解答用紙のみを回収しますので、この表紙と2枚の下書き用紙は持ち帰ってください。

下書用紙(1)

見
本

下書用紙(2)

見本

数 学

氏名	
----	--

受験番号	
------	--

1

3つの袋 A, B, C それぞれに, 1 から 30 までの番号を 1 つずつ書いた 30 枚のカードが入っている。A, B, C の袋からカードを 1 枚ずつ取り出す。全部で 30^3 通りのすべての取り出し方について考える。このとき, 取り出した 3 枚のカードの番号を, X, Y, Z ($X \leq Y \leq Z$) とする。たとえば, A, B, C の袋から, それぞれ 24, 16, 24 を取り出したとき, $X = 16, Y = Z = 24$ である。

- (1) Y が 12 となるカードの取り出し方は, 30^3 通りのうち何通りあるか。
- (2) Y が 12 で, X, Y, Z が等比数列となるカードの取り出し方は, 30^3 通りのうち何通りあるか。
- (3) X, Y, Z が, 公差が 0 ではない等差数列となるカードの取り出し方は, 30^3 通りのうち何通りあるか。

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

氏名	
----	--

受験番号	
------	--

2

座標平面上で、不等式 $\frac{2^{x+2}}{3^{y-2}} + \frac{3^y}{2^{x-1}} \leq 18$ を満たす点 (x, y) 全体の集合を D とする。

- (1) 点 $(\log_5 3, \log_5 10)$ は D に属することを示せ。
- (2) D を図示せよ。

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

氏名	
----	--

受験番号	
------	--

3

空間内に $AB = 3$, $BC = 4$, $CA = 5$ を満たす定点 A , B , C と, $PB = PC = 6$ を満たし, 3 点 A , B , C を通る平面
上にはない動点 P がある。線分 BC の中点を M , 線分 CA の中点を N , $\triangle PBC$ の外心を O とする。

- (1) 線分 OP の長さを求めよ。
- (2) $\angle MNO$ が直角になるときの $\cos \angle PMN$ の値を求めよ。
- (3) 4 点 P , A , B , C を通る球の半径の最小値を求めよ。

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

氏名	
----	--

受験番号	
------	--

4

曲線 $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + 1$ ($0 \leq x \leq 1$) を C とし、直線 $y = 1 - x$ を ℓ とする。

- (1) C 上の点 (x, y) と ℓ の距離を $f(x)$ とするとき、 $f(x)$ の最大値を求めよ。
- (2) C と ℓ で囲まれた部分を ℓ の周りに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

氏名	
----	--

受験番号	
------	--

5

複素数平面上で、点 z が原点 O を中心とする半径 1 の円上を動くとき、 $w = \frac{4z+5}{z+2}$ で表される点 w の描く図形を C とする。また、 $a = \frac{1+\sqrt{3}i}{2}$ 、 $b = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ とする。ただし、 i は虚数単位である。

- (1) $a^n = b^n$ を満たす自然数 n のうち、最小のものを求めよ。
- (2) C を複素数平面上に図示せよ。
- (3) $a^n = \frac{4b^n+5}{b^n+2}$ を満たす自然数 n のうち、最小のものを求めよ。

[解答欄]

得点	
----	--