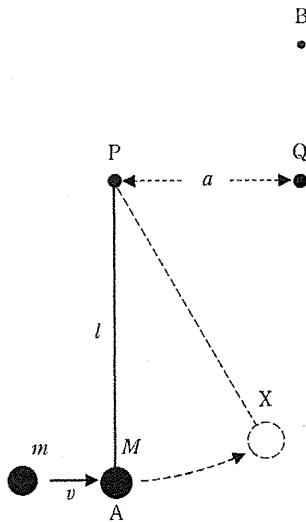




## 物 理

I 図のように、点Pと点Pから水平に距離 $a$ 離れた位置の点Qに釘が固定されている。点Pの釘に一端を固定された長さ $l$ ( $a < l < 2a$ )のひもに、大きさの無視できる質量 $M$ の物体が鉛直方向に下り、点Aで静止している。この物体に、点Aの左から大きさの無視できる質量 $m$ の物体が速さ $v$ で水平に衝突し、一体化して点P, Q, Aを通る平面上を運動する。以後、この一体化した物体をXと呼ぶ。重力加速度の大きさを $g$ とし、ひもの質量と太さ、釘の太さ、摩擦や空気抵抗はすべて無視できるものとする。また、ひものは伸びたり切れたりしない。以下の問い合わせに答えよ。解答はすべて解答用紙の所定の欄に記入し、考え方や計算の要点も記入せよ。



まず、物体Xが点Pの高さをこえずに運動する場合について考える。

問 1 衝突直後の物体 X の速さ  $V_A$  を  $M, m, v, g, l$  のうち必要なものを用いて表せ。

問 2 この衝突によって失われる力学的エネルギー  $\Delta E$  を  $M, m, v, g, l$  のうち必要なものを用いて表せ。

問 3 物体 X が点 P の高さに到達しない条件を  $v < v_1$  とする時,  $v_1$  を  $M, m, v, g, l$  のうち必要なものを用いて表せ。

次に、物体 X が点 P の高さをこえて運動する場合について考える。物体 X は、ひもが点 Q の釘に接触し、ひもがたるむことなく点 Q を中心に振り上がって、点 Q の鉛直上方  $l - a$  の距離にある点 B を速さ  $V_B$  で水平に通過した。その後、物体 X は点 Q を中心に円運動をするようになった。

問 4  $V_B$  が次の式で表せることを示せ。

$$V_B = \sqrt{\left(\frac{m}{m+M}\right)^2 v^2 - 2g(2l-a)}$$

問 5 物体 X が点 B を通過する瞬間、ひもに働く張力  $T$  を  $M, m, v, g, l, a$  のうち必要なものを用いて表せ。

問 6 物体 X が点 Q の周りにこのような円運動をするための条件を  $v \geq v_2$  とする時、 $v_2$  を  $M, m, v, g, l, a$  のうち必要なものを用いて表せ。

II 図1に示すように、 $xy$ 平面上に存在する一辺 $a$ の正方形の1回巻きコイルを、下辺を $x$ 軸に重ねたまま $x$ 軸の正の向きに一定の速さ $v$ で動かす。灰色で示した $x \geq 0$ の領域には紙面に垂直な、紙面奥から手前に向く磁束密度 $B$ の一様な磁場が存在し、 $x < 0$ の領域には磁場は存在しない。コイルの抵抗値を $R$ とし、自己インダクタンスは無視できるとする。また、コイルの右辺が $y$ 軸と重なる時刻を $t = 0$ とし、コイルの速さを $v$ に保つためにコイルに加える外力を $F$ として以下の問いに答えよ。解答はすべて解答用紙の所定の欄に記入し、問4については考え方や計算の要点も記入すること。

問1  $0 < t < \frac{a}{v}$  の範囲で、時刻 $t$ におけるコイルを貫く磁束の大きさ $|\phi|$ 、磁場によりコイルに誘導される起電力の大きさ $|V|$ 、コイルを流れる電流の大きさ $|I|$ を $B$ ,  $a$ ,  $v$ ,  $R$ ,  $t$ のうち必要なものを用いて表せ。また、コイルを流れる電流の向きは時計回りか、反時計回りか答えよ。

問2 問1においてコイルが磁場から受ける力の大きさ $|f|$ を $B$ ,  $a$ ,  $v$ ,  $R$ ,  $t$ のうち必要なものを用いて表すとともに、力の向きが $x$ 軸の正の向きか負の向きか答えよ。

問3  $-\frac{a}{v} < t < 2\frac{a}{v}$  の範囲で、コイルに加える外力 $F$ と時刻 $t$ との関係を図に示せ。ただし、外力は $x$ 軸の正の向きを正とせよ。

問4  $t = 0$ から $t = \frac{a}{v}$ の間に外力 $F$ が行う仕事 $W$ と、この間にコイルの抵抗 $R$ で発生するジュール熱 $J$ を $B$ ,  $a$ ,  $v$ ,  $R$ のうち必要なものを用いて表わし、これらが等しくなることを示せ。

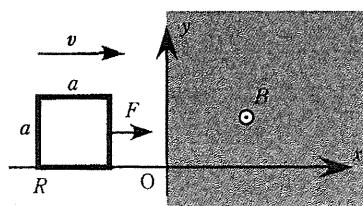


図1

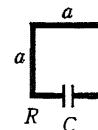


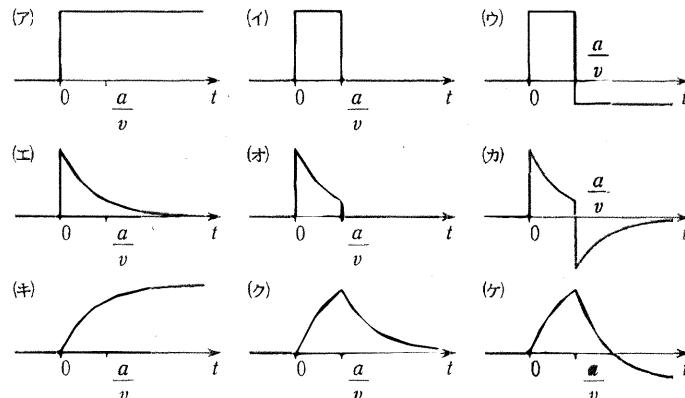
図2

次に図2に示すように、図1のコイルの下辺に静電容量  $C$  のコンデンサーを挿入し、同じ条件で動かす場合について考える。ただし、 $t < 0$ においてコンデンサーに電荷は蓄えられていないものとする。また、コンデンサーは小さく、コンデンサーを挿入した部分の抵抗、磁場から受ける力や誘導起電力は無視できるとする。コンデンサーの特性が磁場から受ける影響も無視できるとする。

問5 コイルの右辺が磁場領域に侵入した直後にコイルに流れる電流の大きさ  $|I|$  を  $B, a, v, R, t, C$  のうち必要なものを用いて表せ。

問6 コイルの左辺が磁場領域に侵入し、十分に時間がたった後、コイルに流れる電流の大きさ  $|I|$  およびコンデンサーに蓄えられた電荷  $Q$  を答えよ。

問7 コイルに生じる誘導起電力  $V$ 、コンデンサーに蓄えられた電荷  $Q$ 、コイルに流れる電流  $I$ 、コイルに加える外力  $F$  のグラフの概形を下記(ア)～(ケ)からそれぞれ選択し、適切な組み合わせとなるようにせよ。



III 電磁波による水素原子や電子の反応に関する以下の問い合わせよ。光速を  $c$ 、プランク定数を  $h$  とすると、波長  $\lambda$  の電磁波のエネルギーは  $\frac{hc}{\lambda}$  で与えられる。水素原子核から無限に離れた電子の静電気力の位置エネルギーを基準とすると、水素原子の基底状態のエネルギーは  $E_1 = -13.6 \text{ eV}$  である。解答はすべて解答用紙の所定の欄に記入し、問1、問3、問6(b)、問7では考え方や計算の要点も記入せよ。

電磁波を基底状態の水素原子に当てたとき、特定の波長で電磁波の吸収が起きた。吸収された電磁波により、水素原子は基底状態から量子数  $n (n > 1)$  の状態へ遷移した。量子数  $n$  の状態のエネルギーを  $E_n$  とする。

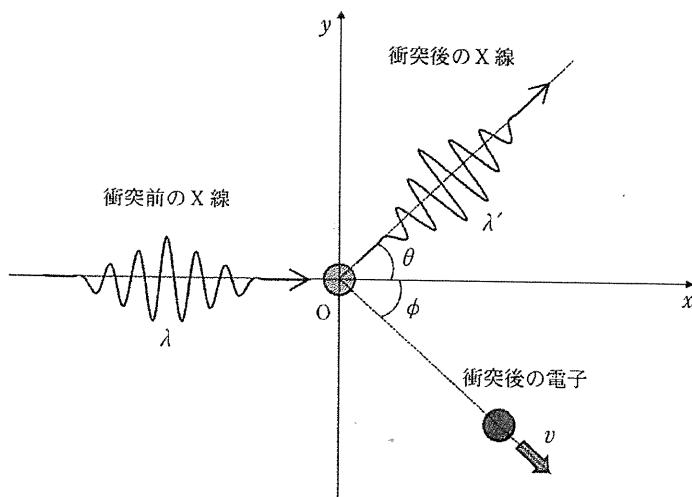
問1 電磁波の吸収が起きたときの電磁波のエネルギー  $E$  を、 $E_1, h, c, n$  の中から必要なものを用いて表せ。

次に、電磁波の波長を短くし、基底状態の水素原子に電磁波を当てたところ、ある波長以下で水素原子はイオン化された。基底状態の水素原子のイオン化が起こる、電磁波の最低エネルギーを電離エネルギー  $E_D (E_D > 0)$  とする。

問2  $E_D$  を、 $E_1, h, c, n$  の中から必要なものを用いて表せ。

問3 基底状態の水素原子をイオン化するために電磁波の波長  $\lambda$  が満たすべき条件を  $E_D, h, c$  を用いて表せ。

次に、X線光子と電子の衝突を弾性衝突として考える。以下では、X線と電子は真空中にあるとし、 $x$ 軸と $y$ 軸を図のように取る。衝突前のX線は波長 $\lambda$ で $x$ 軸上を進み、原点Oに静止していた質量 $m$ の電子に衝突した。衝突後のX線と電子の散乱方向と $x$ 軸がなす角を $\theta$ 、 $\phi$ ( $\theta > 0^\circ$ ,  $\phi > 0^\circ$ )とし、電子の速さを $v$ 、X線の波長を $\lambda'$ とする。X線と電子は $xy$ 平面内のみを運動するとして、以下の問い合わせよ。



問4 この衝突に関する以下の文章の(ア)から(エ)に入る語句を答えよ。

この衝突により衝突前の(ア)のエネルギーの一部が(イ)に与えられ、(ア)のエネルギーは小さくなるため、衝突前よりX線の波長は(ウ)くなる。この効果のことを(エ)効果と呼ぶ。

問5 この衝突の前後のエネルギー保存の法則の関係式を、 $h$ ,  $m$ ,  $v$ ,  $c$ ,  $\lambda$ ,  $\lambda'$ を用いて表せ。

問 6 この衝突の前後の運動量保存の法則に関する以下の問いに答えよ。

- (a)  $x, y$  方向の運動量保存の法則の関係式を,  $h, m, v, \lambda, \lambda', \theta, \phi$  の中から必要なものを用いて表せ。
- (b) 問 6(a)の解答を用いて  $(mv)^2$  を,  $h, \lambda, \lambda', \theta$  を用いて表せ。

問 7 問 5 と問 6(b)の解答を用いて X 線の波長の変化  $\lambda' - \lambda$  を,  $h, m, c, \theta$  を用いて表せ。その際, X 線の波長の変化は  $\lambda$  に比べ十分小さいと仮定し, このときに使える近似式

$$\frac{\lambda}{\lambda'} + \frac{\lambda'}{\lambda} \approx 2$$

を用いてよい。



