

〔「物理基礎・物理」「化学基礎・化学」「生物基礎・生物」〕

(時間：2出題科目で120分)

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 出題科目、ページ及び選択方法は、下表のとおりです。

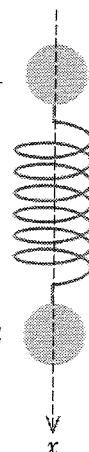
出題科目	ページ	選択方法
「物理基礎・物理」	1～3	
「化学基礎・化学」	4～6	左の3出題科目のうちから、あらかじめ届け出た2出題科目について解答しなさい。
「生物基礎・生物」	7～9	

- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答は、すべて解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
- 5 問題冊子の余白は計算等に用いて構いません。
- 6 試験終了後、解答用紙のみを回収します。

物理基礎・物理

[1] 次の文章を読み、空欄(ア～コ, あ・い, および①・②)を適切に埋め、下の問い合わせ(問1～3)に答えよ。ただし、あ・いには語句を、①・②には数値を記入せよ。

同じ質量の二つの小球1, 2を図のように軽いばねでつながれた二つの小球が静止している状態から静かに手を離した場合のそれぞれの小球の動きを考える。小球1, 2の質量 小球1はともに m であり、ばね定数を k 、ばねの自然の長さを ℓ 、重力加速度の大きさを g とする。鉛直下向きに x 軸を取り、二つの小球が静止している状態の小球1の位置を x 軸の原点とする。ばねは x 軸方向でのみ伸縮し、小球は x 軸方向でのみ運動するものとする。また、地面への衝突と空気抵抗はないものとする。



手を離す前、つまり二つの小球が静止しているとき、小球2の位置は g, k, ℓ, m を用いて ア と表される。手を離した後に小球1と小球2が受ける力は g, k, ℓ, m 、小球1の位置 x_1 、小球2の位置 小球2 $x_2 (x_2 > x_1)$ を用いてそれぞれ、イ、ウ と表される。このことから、小球1と小球2の加速度をそれぞれ a_1, a_2 とするとそれぞれの小球の運動方程式は、 $ma_1 = \text{イ}$ 、 $ma_2 = \text{ウ}$ となる。この運動方程式からすぐに運動の様子を知ることは難しいので、以下に示す手順に従って考える。

□

まず、ばねでつながれた二つの小球を一つの物体「1+2」とみなして物体の運動を考える。物体「1+2」の重心を物体「1+2」の位置とし、 X と表す。 X は x_1 と x_2 を用いて エ と表される。物体「1+2」が受ける外力は g と m を用いて オ と表されるので $2mA = \text{オ}$ と表したときの A を物体「1+2」の加速度とみなすことができる。 A は ① $\times g$ となり、物体「1+2」は加速度が ① $\times g$ の あ をすることがわかる。手を離す瞬間の物体「1+2」の位置 X_0 は g, k, ℓ, m を用いて 力 と表されるので、手を離してからの経過時間 t における物体「1+2」の位置 X は g, k, ℓ, m, t を用いて キ と表される。

次に小球1からみた小球2の運動を考える。 $Y = x_2 - x_1$ で定義される相対座標を用いると小球1からみた小球2の運動を知ることができる。相対座標での小球2の加速度 a は a_1 と a_2 を用いて $a = a_2 - a_1$ と表される。 $ma_1 = \text{イ}$ 、および $ma_2 = \text{ウ}$ であること、および $Y = x_2 - x_1$ であることより、相対座標での小球2の運動は k, ℓ, Y を用いて $ma = \text{ク}$ と表される式に従う。この式は、相対座標で小球2が受ける力が $Y = \text{②} \times \ell$ からの変位に比例する大きさを持ち、常に変位と逆向きであることを表している。したがって、相対座標での小球2は $Y = \text{②} \times \ell$ に戻す役割をはたす い 力を受けていることから、単振動することがわかる。この単振動は角振動数が k と m を用いて ケ と表され、振動の中心が $Y = \text{②} \times \ell$ であり、振幅が g, k, m を用いて コ と表される。

手を離した後、物体「1+2」は加速度が ① $\times g$ の あ をし、また、小球1からみた小球2は単振動することがわかった。以下で手を離してからの経過時間 t におけるそれぞれの小球の運動を考える。

問1 手を離す瞬間の相対座標での小球2の位置 Y_0 は ア であり、また、どちらの小球も手を離す瞬間は静止している。手を離した後の相対座標での小球2の位置 Y を g, k, ℓ, m, t を用いて簡潔な説明とともに表せ。

問2 手を離した後の x_1 と x_2 をそれぞれ g, k, ℓ, m, t から必要なものを用いて表せ。

問3 手を離した直後、すなわち ケ $\times t$ は極めて小さいとみなせる場合のそれぞれの小球の運動を考える。 θ の大きさが極めて小さい場合に成り立つ近似式 $\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ を問2の答えに適用し、手を離した直後の x_1 と x_2 をそれぞれ g, k, ℓ, m, t から必要なものを用いて表せ。また、近似を適用した結果をもとに、手を離した直後のそれぞれの小球の運動を簡潔に説明せよ。

[2] コンデンサーやコイルに蓄えられるエネルギーに関する以下の文章を読み、空欄 [ア] ~ [カ] を適切に埋め、下の問い合わせ(問1・2)に簡潔な説明を付けて答えよ。

一般に、電気容量 C のコンデンサーに蓄えられている電気量が q のとき、コンデンサーに蓄えられているエネルギー E_C は q, C を用いて [ア] と表される。また、自己インダクタンスが L のコイルに流れる電流が i のとき、コイルに蓄えられているエネルギー E_L は i, L を用いて [イ] と表される。

さて、図1のような直流電源、抵抗 R 、電気容量が C の平行板コンデンサー C 、自己インダクタンスが L のコイル L と3つのスイッチ S_1, S_2, S_3 を備えた回路を考えよう。ただし、 R 以外には抵抗はないものとし、図1の矢印の向きを L を流れる電流の正の向きとする。また、はじめ C の電気量は $0C$ であったとする。

まず、図2のように、 S_1 と S_2 を閉じ S_3 を開くと、 C は速やかに充電される。充電が完了する前の時刻 t において、図2の C の A 側の電極の電気量が q であった。直後の時刻 $t' = t + \Delta t$ ではこの電気量が $q + \Delta q$ となった(Δq の大きさは q の大きさに比べて十分小さく、 $(\Delta q)^2$ は無視できるものとする)。このとき、 C に蓄えられているエネルギーの t から t' の間での変化 ΔE_C は $q, C, \Delta q$ を用いて [ウ] と表される。なお、この間に C に流れ込む電流の平均は $\Delta q, \Delta t$ を用いて [エ] と表される。

次に、図3のように S_1 は閉じたままで、 S_2 を開き S_3 を閉じると、回路を流れる電流は速やかに一定になる。電流が一定となる前の時刻 t において、回路を流れる電流が i であった。直後の時刻 $t' = t + \Delta t$ ではこの電流が $i + \Delta i$ となった(Δi の大きさは i の大きさに比べて十分小さく、 $(\Delta i)^2$ は無視できるものとする)。このとき、 L に蓄えられているエネルギーの t から t' の間での変化 ΔE_L は、 $i, L, \Delta i$ を用いて [オ] と表される。なお、 t' が t の直後であり、 Δi は十分小さいことから、この間に L を流れる電流は i で一定であるとみなしても差支えない。これより、この間に L を通過する電気量は $i, \Delta t$ を用いて [カ] と近似できる。

続いて、図2のように、 S_1 はそのままで、 S_2 を閉じて S_3 を開き、しばらく放置した。さらにこの後、図4のように S_1 を開き S_3 を閉じた。この操作の後、時刻 t において、 C の A 側の電極の電気量が Q 、 L を流れる電流が I であった。さらに、その直後 $t + \Delta t$ において、 C の A 側の電極の電気量が $Q + \Delta Q$ 、 L を流れる電流が $I + \Delta I$ であった(ΔQ の大きさは Q の大きさに比べて十分小さく、 ΔI の大きさも I の大きさに比べて十分小さいので、 $(\Delta Q)^2$ や $(\Delta I)^2$ は無視できるものとする)。図4の C と L に蓄えられているエネルギーについて考えよう。

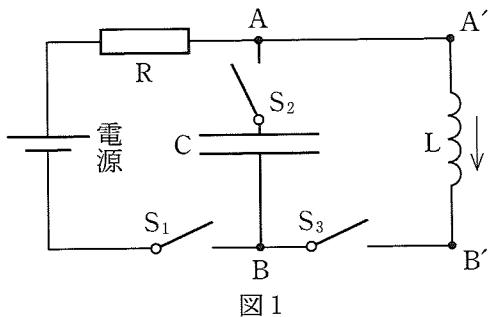


図1

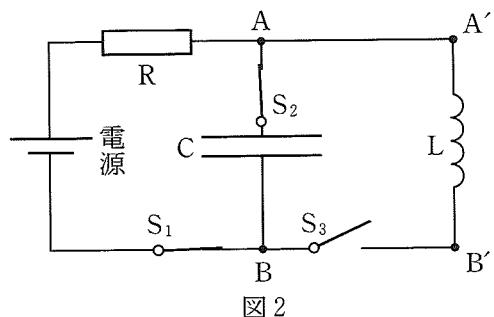


図2

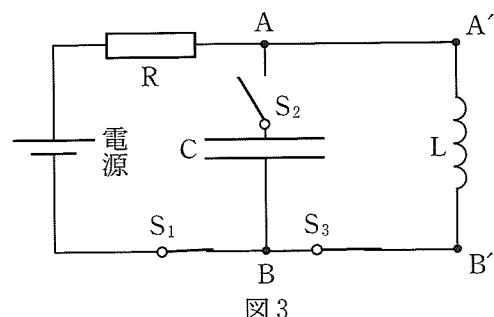


図3

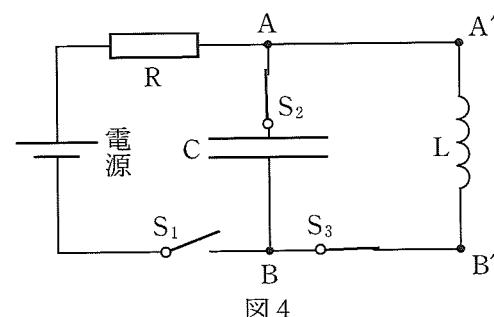


図4

問1 図4の回路では、 E_C と E_L の合計 E は時間的に変化しないことが知られている。すなわち、 t における E とその直後の $t + \Delta t$ における E は等しい。このことから、 $C, L, Q, \Delta t, \Delta I$ の関係を式で示せ。また、この関係式から、 B を基準にした A の電位(C にかかる電圧)と B' を基準にした A' の電位(L にかかる電圧)の関係についてわかるることを簡潔に記せ。

問2 国際単位系(SI)での電気容量の単位はファラッド(記号 F)、インダクタンスの単位はヘンリー(記号 H)が使われている。1F および 1H を、メートル(記号 m)、キログラム(記号 kg)、秒(記号 s)、アンペア(記号 A)の単位記号を用いて表せ。

[3] ニュートンリングに関する次の文章を読み、下の問い合わせ(問1～6)に答えよ。なお、問3～6の解答には簡潔な説明を付けること。

図1のように、空气中で水平に固定された平板ガラスの上に、平面と球面でできたレンズを球面を下にして置いた。このとき、レンズの平面は水平であった。これに真上から波長 λ の単色光を当てると、レンズの平面側や平板ガラスの下面側に同心円状の縞模様が現れる。これらの模様はニュートンによって詳しく研究されたのでニュートンリングと呼ばれる。ここで、レンズ、平板ガラスの絶対屈折率はともに n であり、空気の絶対屈折率は1とみなしてよいものとする。また、図1のように各場所を点A, B, C, D, O₁, O₂とし、BC間の距離 d はレンズの球面の半径 R に比べて十分に小さく、図に示す距離 r と d , R の間には $r^2 = 2Rd$ の関係が成立つものとする。

真上から観察するときを考える。一例として、光が点Aに入射したときは、点Bで反射しB→A→O₁と進んだ光と、点Cで反射しC→B→A→O₁と進んだ光とが干渉する。このようにして同心円状の明暗の縞模様が見られる。一方、真下から観察すると、A→B→C→D→O₂と進んだ光と、A→B→C→B→C→D→O₂と進んだ光とが干渉し、全体としては同心円状の明暗の縞模様が見られる。なお、どちらの場合でも観察される暗環には内側から順番に1, 2, 3, …と番号を付け、中心に暗部が生じる場合はそれを1番とする。図2に中心に暗部が生じる場合のニュートンリングの模式図を示す。

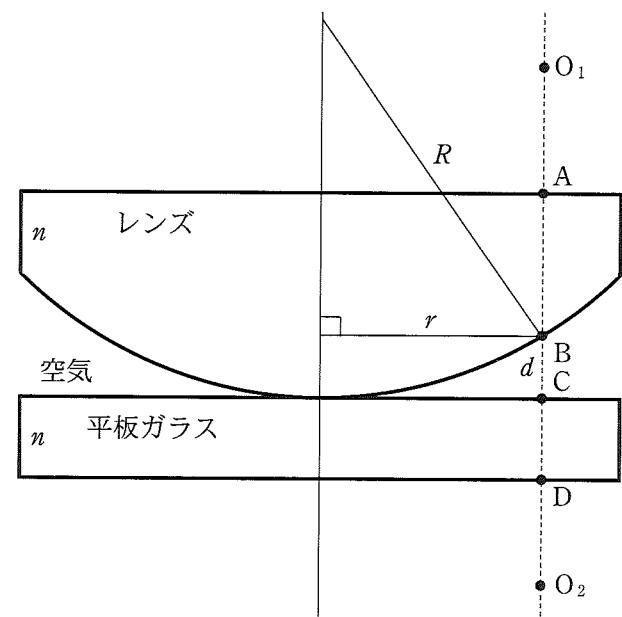


図1



図2

問1 空気中の光速を v 、レンズおよび平板ガラス中の光速を v' 、レンズおよび平板ガラス中の光の波長を λ' とするとき、 v' を n と v を用いて、 λ' を n と λ を用いて表せ。

問2 BからCへ進んだ光がCで反射するとき、これは「自由端反射」、「固定端反射」のいずれか。また、このときの波の位相はどれだけずれるか。

問3 真上から観察したとき、 m 番目の暗環の半径 r_1 を m 、 R 、 λ を用いて表せ。

問4 真下から観察したとき、 m 番目の暗環の半径 r_2 を m 、 R 、 λ を用いて表せ。

次に、図3のように、レンズを形状は同じで絶対屈折率が $n_1 (> n)$ のものと取りかえた。このとき、レンズの平面は水平であった。絶対屈折率の異なる2種類の透明な液体(液体aと液体b)を用意し、それぞれをレンズと平板ガラスの間に入れ真上および真下から観察したところ、液体を入れたことにより縞模様の明暗が逆転することがあった。ここで逆転とは、例えば図2のように見えていた模様が、中心から順に明部、暗環、明環、暗環、明環、…と変化することをいう。また、液体a、液体bの絶対屈折率 n_a 、 n_b は、 $n_1 > n_a > n$ 、 $n_b > n_1 > n$ を満たすものとする。

問5 真上から観察したとき、液体を入れたことにより液体を入れる前と比べて縞模様の明暗が逆転したかどうか、液体a、液体bについてそれぞれ記せ。

問6 液体aを入れ真下から観察したとき、 m 番目の暗環の半径 r_3 を m 、 n_a 、 R 、 λ を用いて表せ。

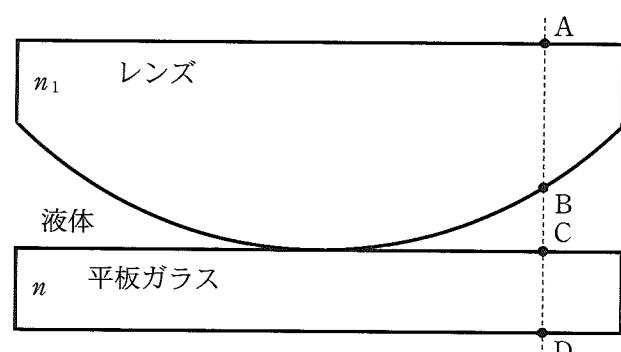


図3

