

# 令和5年度入学試験問題

## 数 学 (理, 医, 歯, 工学部)

### 注 意 事 項

- 1 この問題冊子は、試験開始の合図があるまで開いてはならない。
- 2 問題冊子は、全部で6ページある。(落丁, 亂丁, 印刷不鮮明の箇所などがあった場合は申し出ること。)  
別に解答用紙がある。
- 3 解答はすべて、問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定と異なる解答用紙に記入された解答は零点となる。
- 4 受験番号は、各解答用紙の指定された2箇所に必ず記入すること。
- 5 受験学部、学科、選抜方法により解答すべき問題(○印)、解答用紙の枚数及び解答時間は、下表のとおりである。

受験学部(学科、選抜方法)	解答すべき問題(○印)						解答用紙の枚数	解答時間
	1	2	3	4	5	6		
理学部(理数重点選抜)及び工学部	○	○	○	○	○		5枚	120分
理学部(野外科学志向選抜)及び医学部(保健学科)	○	○	○	○			4枚	90分
医学部(医学科)			○	○	○	○	4枚	90分
歯学部		○	○	○	○		4枚	90分

- 6 下書きは、問題冊子の余白を使用すること。
- 7 問題冊子は、持ち帰ること。





**1**

$a$  は  $1 \leq a \leq 4$  を満たす定数とする。点 A を  $(a, 0)$ , 点 B を  $(a, a^2)$ , 点 C を  $(-1, 1)$ , 点 D を  $(-1, 0)$  とし, 曲線 E を  $y = x^2$  とする。線分 BC と曲線 E で囲まれる図形の面積を  $S$  とし, 線分 AB, 曲線 E, 線分 CD, 線分 DA で囲まれる図形の面積を  $T$  とする。次の問いに答えよ。

(1)  $S$  と  $T$  が等しくなるときの  $a$  の値を求めよ。

(2)  $S$  と  $T$  の差が最大となるときの  $a$  の値を求めよ。



## 2

一辺の長さが 2 の正四面体 ABCD において、辺 AB, BC, CD, DA, AC, BD の中点をそれぞれ P, Q, R, S, T, U とする。次の問い合わせに答えよ。

(1) 線分 PR の長さを求めよ。

(2)  $\cos \angle SBR$  の値を求めよ。

(3) 四角形 PTRU を底面、点 Q を頂点とする四角錐の体積を求めよ。



### 3

$k$  を実数とする。全体集合を実数全体の集合とし、その部分集合  $A, B$  を次のように定める。

$$A = \{x \mid x^3 - x^2 - (k^2 + 4k + 4)x + k^2 + 4k + 4 = 0\}$$
$$B = \{x \mid x^3 - (k^2 + 3k + 3)x^2 + k^2x - k^4 - 3k^3 - 3k^2 = 0\}$$

次の問い合わせよ。

- (1)  $k = -1$  のとき、集合  $A, B, A \cap B, A \cup B$  を、 $\{a, b, c\}$  のように集合の要素を書き並べて表す方法により、それぞれ表せ。空集合になる場合は、空集合を表す記号で答えよ。
- (2) 集合  $B$  が集合  $A$  の部分集合となるような  $k$  の値をすべて求めよ。そのような  $k$  の値が存在しない場合は、その理由を述べよ。
- (3) 集合  $A \cup B$  の要素の個数を求めよ。



# 4

$a, b$  を正の数とし、座標平面上の曲線

$$C_1: y = e^{ax}, \quad C_2: y = \sqrt{2x - b}$$

を考える。次の問い合わせに答えよ。

- (1) 関数  $y = e^{ax}$  と関数  $y = \sqrt{2x - b}$  の導関数を求めよ。
- (2) 曲線  $C_1$  と曲線  $C_2$  が 1 点 P を共有し、その点において共通の接線をもつとする。このとき、 $b$  と点 P の座標を  $a$  を用いて表せ。
- (3) (2)において、曲線  $C_1$ 、曲線  $C_2$ 、 $x$  軸、 $y$  軸で囲まれる図形の面積を  $a$  を用いて表せ。



**5**

複素数平面上の点  $z$  が原点を中心とする半径 1 の円周上を動くとし,  
 $w = -\frac{2(2z - i)}{z + 1}$  ( $z \neq -1$ ) とする。ただし,  $i$  は虚数単位とする。  
次の問い合わせに答えよ。

(1)  $z = i$  のときの  $w$  の実部と虚部を求めよ。

(2)  $z$  を  $w$  を用いて表せ。

(3) 点  $w$  の描く図形を複素数平面上に図示せよ。

(4)  $|w|$  の最小値とそれを与える  $z$  を求めよ。



**6**

座標空間の 2 点  $A(1, -1, 1)$ ,  $B(1, -1, 5)$  を直径の両端とする球面を  $S$  とする。次の問い合わせに答えよ。

- (1) 球面  $S$  の中心  $C$  の座標と,  $S$  の方程式を求めよ。
- (2) 点  $P$  が  $S$  上を動くとき,  $\triangle ABP$  の面積の最大値を求めよ。
- (3) 点  $Q(x, y, z)$  が  $\angle QCA = \frac{\pi}{3}$  かつ  $y \geq 0$  を満たしながら  $S$  上を動く。点  $R(1 + \sqrt{2}, 0, 4)$  に対して, 内積  $\overrightarrow{CQ} \cdot \overrightarrow{CR}$  のとりうる値の範囲を求めよ。



















