

令和 6 年度入学試験問題

物 理

注 意 事 項

1. この問題冊子は、試験開始の合図があるまで開いてはいけません。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっています。解答用紙の指定されたところに解答のみ記入しなさい。それ以外の場所に記入された解答は、採点の対象となりません。解答用紙は 4 枚あります。
3. 本学の受験番号をすべての解答用紙の指定されたところへ正しく記入しなさい。氏名を書いてはいけません。
4. この問題冊子は、表紙を含めて 16 ページあります。問題は 4 ページから 11 ページにあります。ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、監督者に申し出なさい。
5. 問題冊子の余白等は適宜利用しても構いませんが、どのページも切り離してはいけません。
6. この問題冊子は持ち帰りなさい。

- ・式を解答する問題については、数学的に等価な解答は正答とする。
- ・解答に単位は必要ない。
- ・円周率が必要な場合は π を用いよ。

1 図1のように、水平でなめらかな床の上に質量 M [kg] の台がある。台の斜面 AB はなめらかで、水平面と θ [rad] の角度をなす。点 B から高さ h_1 [m] の斜面上に質量 m [kg] の小物体 P を置き、台と小物体 P が動かないように手でおさえる。点 B から鉛直下向きに h_2 [m] 離れた位置を点 C とする。台の水平面 CD 上には鉛直に埋め込まれた筒があり、筒の底面に一端が固定されたばねがある。質量 m [kg] の小物体 Q をばねの上に置き、小物体 Q を押し下げたあと、ストッパーで小物体 Q を台に固定する。点 C を原点として台に固定した x 軸と y 軸をとり、それぞれ水平右向きと鉛直上向きを正とする。また、床に固定した X 軸と Y 軸をとり、それぞれ水平右向きと鉛直上向きを正とする。以下の問いに答えよ。すべての物体は常に同一鉛直面内で運動する。台が傾くことはない。小物体 P と小物体 Q の大きさ、ばねとストッパーと筒の質量、および、空気抵抗は無視せよ。重力加速度の大きさは g [m/s²] とする。

- (a) 小物体 P と台をおさえる手を同時に静かに放すと、小物体 P は動き始め、台は床の上をなめらかに X 軸の負の向きに動き始めた。小物体 P が点 B に達するまでの運動を考える。小物体 Q は台に固定されたままである。小物体 P が斜面から受ける垂直抗力の大きさを N [N] とする。以下の空欄 (ア) ～ (ウ) に適切な式を入れよ。

小物体 Q が固定された台を 1 つの物体と見たとき、床から見たこの物体の運動方程式は、物体の加速度の X 成分を α [m/s²] とし、 α , M , m , θ , N の記号を用いて (ア) である。台から小物体 P を見ると、図2のように、斜面に沿って運動する。台から見た小物体 P の加速度の大きさを β [m/s²] とする。床から見た小物体 P の加速度の X 成分は、台から見た小物体 P の加速度の x 成分と床から見た台の加速度の X 成分を合わせた $\beta \cos \theta + \alpha$ であるので、床から見た小物体 P の X 軸方向の運動方程式は α , β , m , θ , N の記号を用いて (イ) である。床から見た小物体 P の Y 軸方向の運動方程式は β , m , θ , N , g の記号を用いて (ウ) である。

以下の問(b)と問(c)では、 $\theta = \frac{\pi}{4}$ とする。 $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ を用いよ。

- (b) 問(a)の小物体 P が点 B に達するまでの運動を考える。小物体 Q は台に固定されたままである。
- (i) 台から見た小物体 P の加速度の大きさ β を M , m , g の記号を用いて表せ。
 - (ii) 小物体 P が動き始めてから点 B に達するまでの時間 ΔT [s] を M , m , h_1 , g の記号を用いて表せ。
 - (iii) 小物体 P が点 B に達した瞬間について考える。台から見た小物体 P の速さ v_B [m/s] を M , m , h_1 , g の記号を用いて表せ。
 - (iv) 小物体 P が点 B に達した瞬間について考える。床から見た台の速さ V [m/s] を M , m , h_1 , g の記号を用いて表せ。
 - (v) 小物体 P が動き始めてから点 B に達するまでに台が左向きに移動した距離 L [m] を M , m , h_1 の記号を用いて表せ。

(c) 図3のように、小物体Pが斜面をすべり降りて点Bを飛び出した。小物体Pが点Bを飛び出した時刻を $t=0$ とする。その後、ストッパーから小物体Qがはずれ、小物体Qは筒の中を台から見て鉛直上向きに上昇してばねから離れ、水平面CDを時刻 t_1 [s]に台から見て鉛直上向きに速さ v_Q [m/s]で通過した。水平面CDを小物体Qが通過した瞬間の点Cから小物体Qまでの距離は d [m]である。その後、小物体Qは上昇しながら小物体Pと衝突した。小物体Pは衝突までに台に当たることはなかった。図中の v_B および v_Q は台から見た速さである。

(i) 小物体Pが台を飛び出してから小物体Qに衝突するまでの台の運動について考える。小物体Qが台に固定されているときと、小物体Qが水平面CDを通過して台から離れたあとを比較して、以下の中から正しいものを選び、解答欄に(ア)、(イ)、(ウ)のいずれかを記せ。

(ア) 床から見た台の速さは大きくなる。

(イ) 床から見た台の速さは小さくなる。

(ウ) 床から見た台の速さは変わらない。

(ii) 小物体Pと小物体Qが衝突した時刻 t_2 [s]を d および問(b)(iii)の v_B の記号を用いて表せ。

(iii) 小物体Qが水平面CDを通過した瞬間について考える。台から見た小物体Qの速さ v_Q を h_2 , g , t_1 , t_2 および問(b)(iii)の v_B の記号を用いて表せ。

(iv) 小物体Pと小物体Qは衝突して一体となった。一体となった直後について考える。台から見たこの物体の速度の x 成分 v_x [m/s]と y 成分 v_y [m/s]をそれぞれ h_2 , g , t_1 , t_2 および問(b)(iii)の v_B のうち必要な記号を用いて表せ。

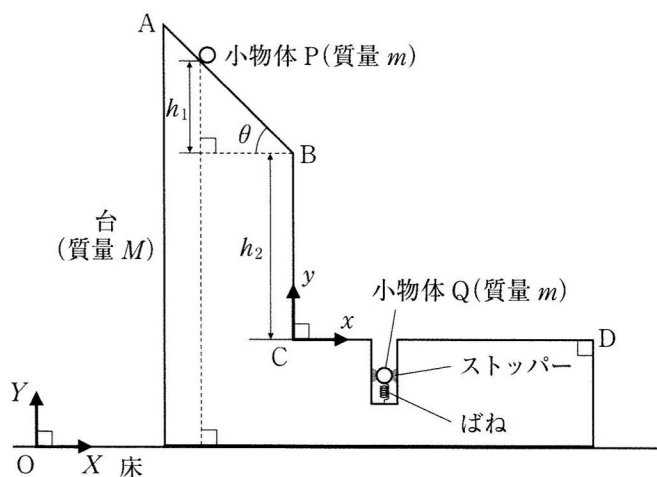


図1

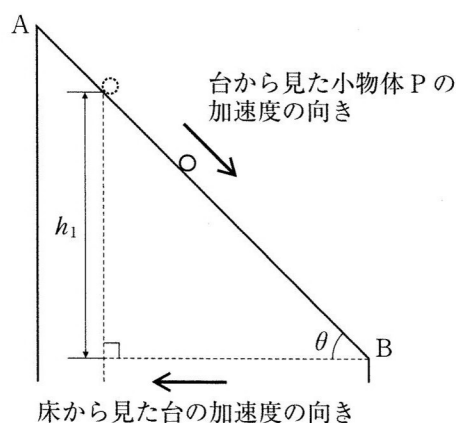


図2

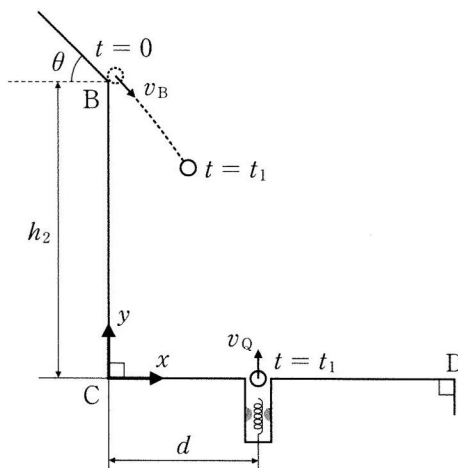


図3

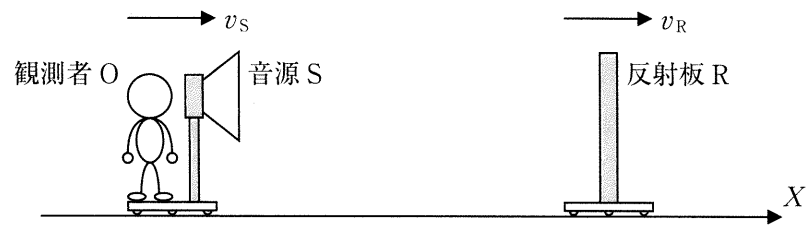
2 図のように、地面に固定された X 軸上を音源 S が一定の速さ v_S [m/s] で X 軸の正の向きに動いている。音源 S の進行方向には音波を反射する反射板 R があり、ある一定の速さ v_R [m/s] で X 軸の正の向きに動いている。観測者 O は音源 S と同じ速さでともに動き、反射板 R から反射された音波を観測する。反射板 R は X 軸に対して垂直である。音源 S は一定の振動数 f_S [Hz] で一定の振幅の音波を出し続けており、観測者 O は一定の振動数 f_O [Hz] の音波を観測した。風はなく、音の速さは V [m/s] である。音源 S と反射板 R の速さは V と比べてじゅうぶん小さい。以下の問いに答えよ。以下の問いにおいて、音源 S は反射板 R を追い越さない。音源 S や観測者 O の大きさは無視する。音源 S から観測者 O に直接到達する音波は無視する。反射板 R 以外での音波の反射は無視する。

(a) 反射板 R の速さ v_R を求めたい。以下の問いに答えよ。

- (i) 音源 S から反射板 R に向かって出た音波の波長 λ_S [m] を v_S , f_S , V , v_R のうち必要な記号を用いて表せ。
- (ii) 反射板 R が受ける音波の振動数 f_R [Hz] を v_S , f_S , V , v_R のうち必要な記号を用いて表せ。
- (iii) 反射板 R は、問(a)(ii)の振動数 f_R と等しい振動数の波源として反射波を観測者 O に向かって返す。反射板 R が観測者 O に向かって返した音波の波長 λ_R [m] を v_S , V , v_R および問(a)(ii)の f_R のうち必要な記号を用いて表せ。
- (iv) 観測者 O が観測した音波の振動数 f_O を v_S , V , v_R および問(a)(ii)の f_R のうち必要な記号を用いて表せ。
- (v) 観測者 O が観測した音波の振動数 f_O を v_S , f_S , V , v_R の記号を用いて表せ。
- (vi) 反射板 R の速さ v_R を v_S , f_S , f_O , V の記号を用いて表せ。

(b) 時刻 $t = t_0$ [s] に音源 S から出た音波が反射板 R で反射されて時刻 $t = t_0 + T$ [s] に観測者 O に届いた。時刻 $t = t_0$ における音源 S と反射板 R の間の距離を求めたい。この距離を L [m] として、以下の問いに答えよ。音源 S と観測者 O の間の距離は無視せよ。

- (i) 時刻 $t = t_0$ に音源 S から出た音波が時刻 $t = t_0 + T_1$ [s] に反射板 R で反射された。 T_1 を V , L および問(a)の v_R の記号を用いて表せ。
- (ii) 時刻 $t = t_0 + T_1$ における音源 S と反射板 R の間の距離 L_1 [m] を v_S , L , 問(a)の v_R , 問(b)(i)の T_1 の記号を用いて表せ。
- (iii) 時刻 $t = t_0 + T_1$ に反射板 R で反射された音波が時刻 $t = t_0 + T_1 + T_2$ [s] に観測者 O に届いた。 T_2 を v_S , V および問(b)(ii)の L_1 の記号を用いて表せ。
- (iv) $T = T_1 + T_2$ である。 L を v_S , V , T および問(a)の v_R の記号を用いて表せ。



図

3 図1のように、 xy 平面の x 軸上の座標 $(-a, 0)$ の点に電気量 Q [C]の点電荷1が固定されており、 x 軸上の座標 $(a, 0)$ の点に電気量 Q [C]の点電荷2が固定されている。以下の問いに答えよ。クーロンの法則の比例定数を k [$\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$]とし、電位の基準を無限遠とする。 a [m]、 Q [C]は正である。

(a) 以下の空欄 (ア) ~ (ス) を埋めよ。空欄 (ア) と (ス) は適切な番号を選択せよ。

そのほかの空欄には適切な式または数値を入れよ。

(i) 点電荷1と点電荷2の間には (ア): 1 引き付けあう・2 反発しあう 静電気力がはたらき、その大きさは k, Q, a の記号を用いて (イ) [N]である。

(ii) 図1の座標 (x_A, y_A) の点Aに点電荷1がつくる電場ベクトル $\vec{E}_1$ の x 成分 E_{1x} と y 成分 E_{1y} は、 k, Q, a, x_A, y_A のうち必要な記号を用いてそれぞれ $E_{1x} =$ (ウ) [N/C]、 $E_{1y} =$ (エ) [N/C]と表すことができる。点電荷1と点電荷2があわせて点Aにつくる電場ベクトル $\vec{E}$ の x 成分 E_x と y 成分 E_y は、 k, Q, a, x_A, y_A のうち必要な記号を用いてそれぞれ $E_x =$ (オ) [N/C]、 $E_y =$ (カ) [N/C]と表すことができる。点電荷1と点電荷2があわせて点Aにつくる電位は k, Q, x_A, y_A の記号を用いて (キ) [V]となる。

(iii) 図2は点電荷1と点電荷2が xy 平面上につくる電位の等電位線をいくつか示した図である。図3は点A付近の微小な領域の拡大図である。この微小な領域の中では電場が一様とみなすことができ、等電位線は直線かつ互いに平行とみなすことができる。図3にもとづいて電位と電場の関係について考察する。 V_1 [V]の等電位線上にある点Aから電気量 q [C] ($q > 0$)の点電荷3を V_2 [V] ($V_1 > V_2$)の等電位線上のある点Bまで図3中の s 軸に沿ってゆっくり移動させる。 V_1 の等電位線と V_2 の等電位線の間隔は L [m]である。 s 軸は点Aから点Bの向きを正とし、等電位線の垂線を基準とした s 軸の角度 θ [rad] ($-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$)は反時計回りを正とする。 s 軸上の電場はAB間で一定とみなすことができる。電場がする仕事は q, V_1, V_2 の記号を用いて (ク) [J]となり、同じ仕事を電場の s 軸方向の成分 E_s [V/m]、 q, L, θ の記号を用いて表すと (ケ) [J]となる。したがって E_s は V_1, V_2, L, θ の記号を用いて (コ) [V/m]と表すことができる。点Bとして V_2 の等電位線上のほかの点を考えると、点Bの位置により s 軸の角度 θ が変化する。 θ が (サ) [rad]のときに電場の s 軸方向の成分 E_s は最大値をとり、その値は V_1, V_2, L の記号を用いて (シ) [V/m]となる。この領域内の電場の向きは図4中の (ズ): 1・2・3・4 の矢印の向きである。

(b) 問(a)iii)の点電荷3を取り除き、質量 m [kg]で電気量 $-q$ [C]の点電荷4を原点Oの近くの y 軸上の座標 $(0, b)$ の点に静かにおいたところ、点電荷4は y 軸に沿って運動し、原点Oを通過した。 b [m]、 q [C]は正である。 b は a に比べてじゅうぶん小さい。静電気力以外の力のはたらかないものとする。

(i) 点電荷1と点電荷2があわせてつくる y 軸上の座標 $(0, y)$ の点での電位を求めよ。答えは a, k, Q, y の記号を用いて表せ。また、 $-a \leq y \leq a$ の範囲で電位の概略図を解答用紙のグラフに描け。概略図を描くときは $y = -a, y = 0, y = a$ の各点の電位を黒丸(●)で示し、それらをなめらかにつなげ。 $\sqrt{2} \doteq 1.4$ と近似せよ。

- (ii) $-b \leq y \leq b$ の y 軸上の座標 $(0, y)$ の点に、点電荷 1 と点電荷 2 があわせてつくる電位を表す式を $\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{y^2}{a^2}}} \doteq 1 - \frac{1}{2} \frac{y^2}{a^2}$ と近似して表せ。答えは a, k, Q, y の記号を用いて表せ。
- (iii) 問(b)(ii)で近似した電位を用いて、点電荷 4 が原点 O を通過したときの点電荷 4 の速さ $[\text{m/s}]$ を求めよ。答えは a, k, q, Q, m, b の記号を用いて表せ。
- (iv) 問(b)(ii)で近似した電位を用いて、点電荷 4 が座標 $(0, b)$ の点から動きだして原点 O にはじめて到達するまでに要した時間 $[\text{s}]$ を求めよ。答えは a, k, q, Q, m の記号を用いて表せ。

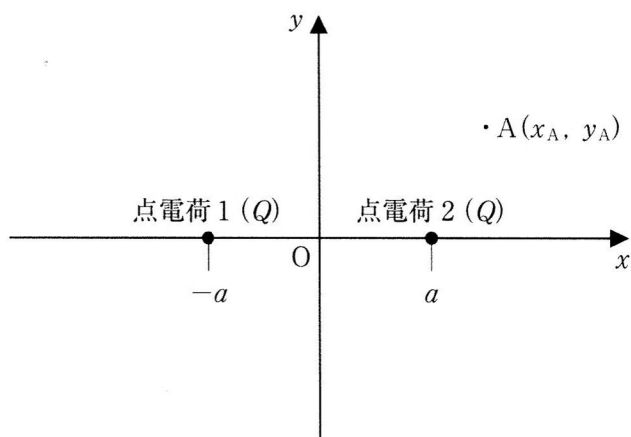


図 1

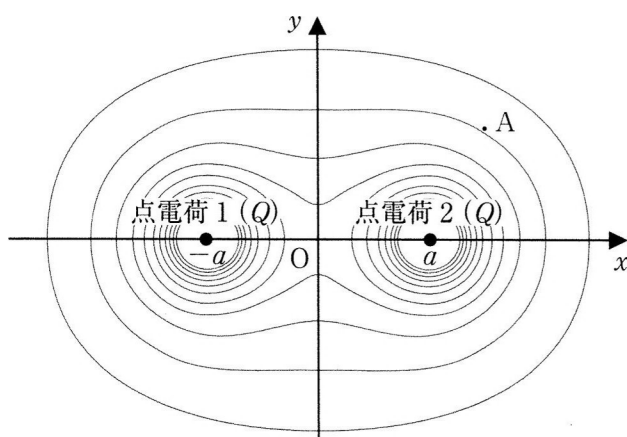


図 2

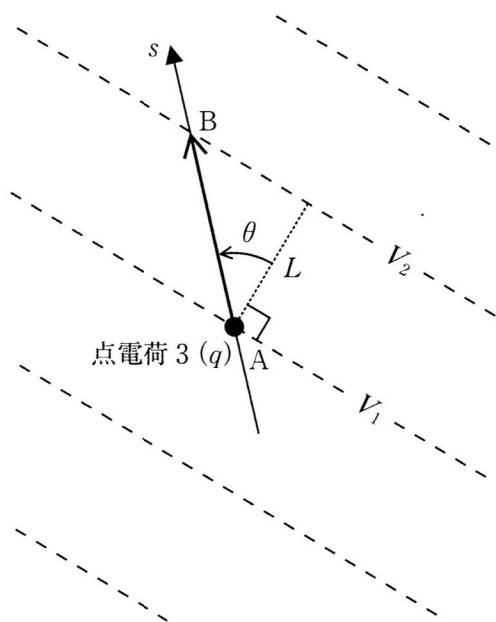


図 3

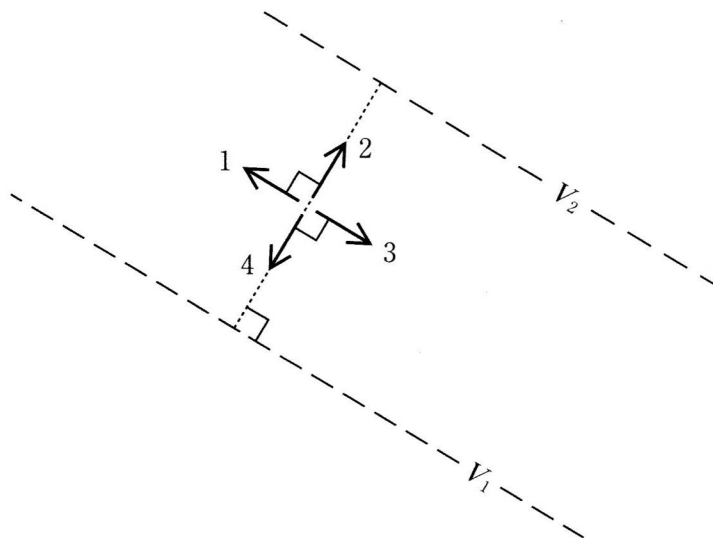
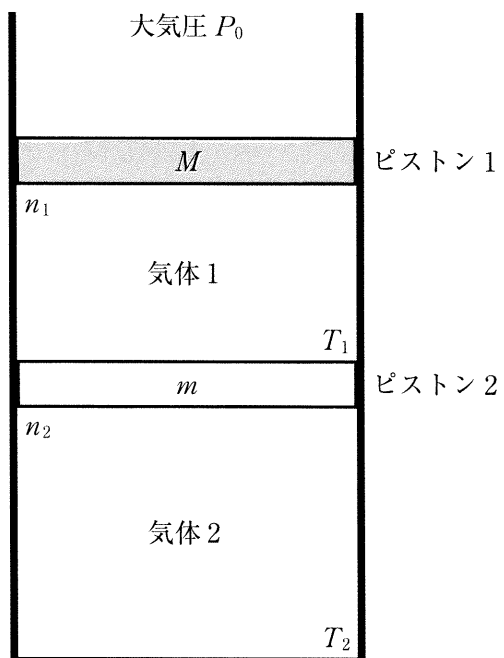


図 4

4 図のように、大気中に断面積 S [m²] の円筒容器が鉛直に置かれている。容器内には質量 M [kg] のピストン 1 および質量 m [kg] のピストン 2 があり、それらは鉛直方向になめらかに動くことができる。ピストン 1 とピストン 2 の間には n_1 [mol] の単原子分子の理想気体が閉じ込められており、この気体を気体 1 とよぶことにする。また、ピストン 2 と円筒容器の底面の間には n_2 [mol] の単原子分子の理想気体が閉じ込められており、この気体を気体 2 とよぶことにする。円筒容器とピストン 1 は断熱材でできており、ピストン 2 は熱をゆっくりと伝えることができる。大気圧は P_0 [Pa] で一定である。最初、図のように気体 1 の温度は T_1 [K]、気体 2 の温度は T_2 [K] であり、ピストン 1 とピストン 2 は静止していた。この状態を始状態とよぶことにする。その後じゅうぶん時間が経過したのち、気体 1 と気体 2 の温度が等しくなった。この状態を終状態とよぶことにする。終状態の温度を求めたい。円筒容器とピストンの熱容量は無視できるものとし、重力加速度の大きさは g [m/s²]、気体定数は R [J/(mol·K)] とする。円筒容器内に閉じ込められている気体にはたらく重力は無視せよ。

- (a) 始状態についての以下の問いに答えよ。答えは $S, M, m, n_1, n_2, P_0, T_1, T_2, g, R$ のうち必要な記号を用いて表せ。
- (i) 気体 1 の圧力 P_1 [Pa] を求めよ。
 - (ii) 気体 1 の体積 V_1 [m³] を求めよ。
 - (iii) 気体 1 の内部エネルギー U_1 [J] を求めよ。
 - (iv) 気体 2 の圧力 P_2 [Pa] を求めよ。
 - (v) 気体 2 の体積 V_2 [m³] を求めよ。
 - (vi) 気体 2 の内部エネルギー U_2 [J] を求めよ。
- (b) 始状態から終状態までの間についての以下の問いに答えよ。終状態の温度として T [K] を用い、これに加えて $S, M, m, n_1, n_2, P_0, T_1, T_2, g, R$ のうち必要な記号を用いよ。変化量は終状態の値から始状態の値を引いたものを示せ。また、ピストンの移動量は上向きの移動を正として示せ。
- (i) 気体 2 の内部エネルギーの変化量 ΔU_2 [J] を求めよ。
 - (ii) 気体 1 の内部エネルギーの変化量 ΔU_1 [J] を求めよ。
 - (iii) ピストン 2 の移動量 ΔL_2 [m] を求めよ。
 - (iv) ピストン 1 の移動量 ΔL_1 [m] を求めよ。
 - (v) ピストン 2 の位置エネルギーの変化量 ΔE_2 [J] を求めよ。
 - (vi) ピストン 1 の位置エネルギーの変化量 ΔE_1 [J] を求めよ。
 - (vii) ピストン 1 が大気にした仕事 W [J] を求めよ。
- (c) 問(b)の $\Delta U_2, \Delta U_1, \Delta E_2, \Delta E_1, W$ の間に成り立つ関係式を、これらの記号を用いて表せ。
- (d) 終状態の温度 T を $S, M, m, n_1, n_2, P_0, T_1, T_2, g, R$ のうち必要な記号を用いて表せ。



図

