

令和4年度入学試験問題

理 科

(注 意 事 項)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 届け出た選択科目以外は解答してはならない。
3. 問題冊子のページ及び解答紙は次のとおりである。「始め」の合図があったら届け出た選択科目についてそれぞれを確認すること。

科 目	問 題 冊 子	解 答 紙	
	ペ ー ジ	解答紙番号	枚 数
物理基礎・物理	1 ～ 14	32 ～ 34	3
化学基礎・化学	15 ～ 26	35 ～ 39	5
生物基礎・生物	27 ～ 48	40 ～ 47	8
地学基礎・地学	49 ～ 59	48 ～ 52	5

4. 各解答紙の2箇所受験番号を記入すること。
5. 受験番号は、裏面の記入例にならって、マス目の中に丁寧に記入すること。
6. 解答はすべて解答紙の所定の欄に記入すること。
7. 計算その他を試みる場合は、解答紙の裏又は問題冊子の余白を利用すること。
8. この教科は、2科目250点満点(1科目125点満点)です。なお、医学部保健学科(看護学専攻)については、2科目100点満点に換算します。

物 理 基 礎 · 物 理

〔1〕 (45点)

地球の周辺を運動する人工衛星を考える。人工衛星は質量 m の質点とみなせ、人工衛星が地球各部から受ける万有引力の合力は、地球の全質量が地球中心 O に集中しているときの万有引力に等しいものとみなせる。なお、地球の質量を M 、半径を R とし、万有引力定数を G とする。

問 1. 図1のように、赤道上空を地球の自転と同じ向きに、地球中心 O から半径 r の円軌道上を一定の速さ v で周回運動をしている人工衛星を考える。以下では、赤道面に地球中心 O を原点とする2次元 xy 座標系をとり、人工衛星の位置は (x, y) と表すものとする。以下の問いに答えよ。

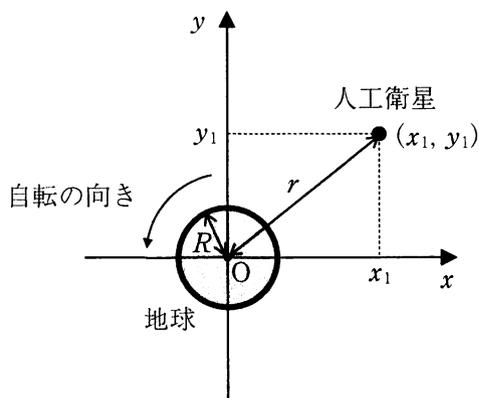


図 1

(1) 図1のように人工衛星が位置 (x_1, y_1) にあるとき、人工衛星が受ける万有引力の x 成分 F_x 、 y 成分 F_y の大きさを、それぞれ G 、 M 、 m 、 r 、 x_1 、 y_1 のうち必要なものを用いて表せ。

- (2) 図2に示すように、人工衛星が位置 $(r, 0)$ にあるときの速度を \vec{v}_1 、それから時間 Δt の間に角度 $\Delta\theta$ [rad] だけ回転したときの速度を \vec{v}_2 とする。 $\vec{v}_1 = (v_{1x}, v_{1y})$ 、 $\vec{v}_2 = (v_{2x}, v_{2y})$ とするとき、これら2つの位置での速度の各成分を v 、 r 、 Δt のうち必要なものを用いて表せ。

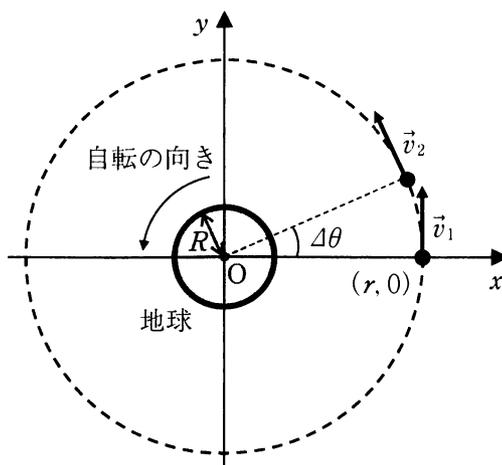


図2

- (3) 前問(2)の時間 Δt の間の速度変化を考える。速度変化の x 成分 Δv_x 、および y 成分 Δv_y を v 、 r 、 Δt のうち必要なものを用いて表せ。
- (4) 前問(3)の結果を用い、人工衛星が位置 $(r, 0)$ にあるときの加速度の x 成分 a_x 、および y 成分 a_y を v 、 r 、 Δt のうち必要なものを用いて表せ。ここでは、時間 Δt は微小であり、その間の角度変化 $\Delta\theta$ は十分に小さいものとして、微小な角度 $\Delta\theta$ に対して成立する近似式 ($\sin \Delta\theta \doteq \Delta\theta$ 、 $\cos \Delta\theta \doteq 1$) を用いること。
- (5) この人工衛星を地上から見たところ静止して見えた。地球の自転の周期を T とするとき、人工衛星の軌道半径 r を G 、 M 、 T を用いて表せ。

問 2. 次に、地球中心 O を一つの焦点として楕円運動する人工衛星を考える。

「惑星と太陽とを結ぶ線分が単位時間に描く面積(面積速度)は一定である」とするケプラーの第二法則が、地球中心 O を焦点とする人工衛星の楕円運動でも成り立つものとする。図3のように、この人工衛星の速度を \vec{v} 、その大きさを v とする。また、地球中心 O から人工衛星へ向かうベクトルを \vec{r} とし、その大きさを r とする。速度 \vec{v} の \vec{r} と平行な成分の大きさを v_{\parallel} 、 \vec{r} に垂直な成分の大きさを v_{\perp} で表し、 \vec{r} と \vec{v} のなす角度を φ ($0 < \varphi < \pi$) とする。このとき、面積速度 h は $h = \frac{1}{2}rv \sin \varphi$ と与えられる。以下の問いに答えよ。

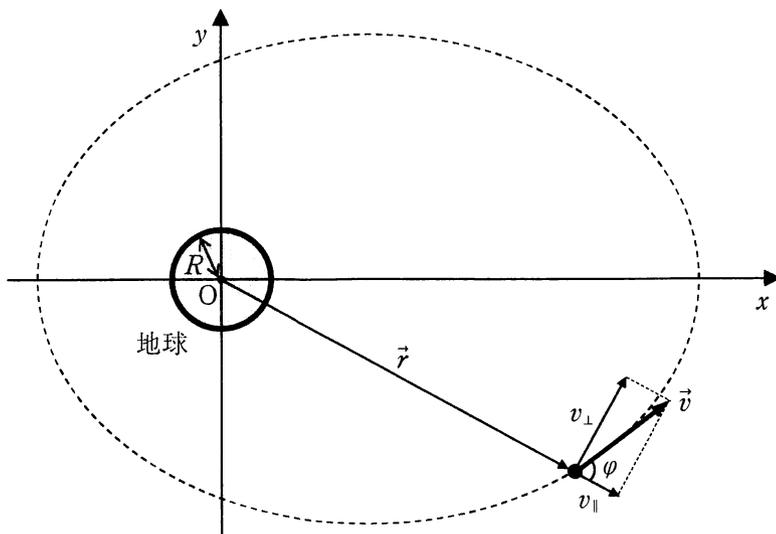


図 3

- (1) v_{\perp} を r と h を用いて表せ。
- (2) 人工衛星の万有引力による位置エネルギー U を G 、 M 、 m 、 r を用いて表せ。ただし、無限遠方の位置エネルギーを $U = 0$ とする。
- (3) 人工衛星の力学的エネルギー E を v_{\parallel} 、 G 、 M 、 m 、 r 、 h を用いて表せ。

- (4) 前問(3)で求めた力学的エネルギーの表式のうち、 r を含む項をすべて合わせたもの(v_{\parallel} の項を含まないもの)を $V(r)$ とする。地球は全質量が地球中心 O に集中している質点とし、大きさは無視できるものとする。 r を 0 から大きくしたとき、最初に $V(r) = 0$ になる距離 r_c を求めよ。また、 $V(r)$ を r の関数としてグラフに図示せよ。このとき、 r が 0 に近づく際および無限遠方に向かう際のグラフの様子がわかるように示せ(極値および変曲点まで求める必要はない)。

- 問 3. 図 4 に示すように、人工衛星を地表面から水平に大きさ v_0 の初速度で発射した。このとき、地球の自転速度および空気抵抗の影響は無視できるものとする。以下の問いに答えよ。

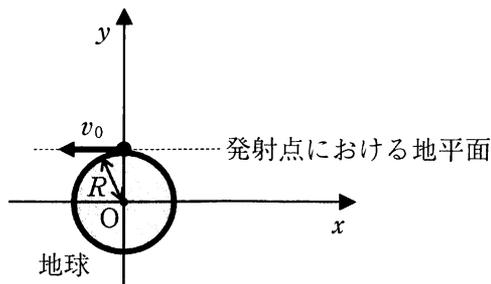


図 4

- (1) 発射した瞬間の人工衛星の力学的エネルギー E_0 を R , G , M , m , v_0 を用いて表せ。
- (2) 人工衛星が無限遠方に飛んでいくために必要な最小の初速度の大きさ v_{\min} を求めよ。

〔2〕 (40点)

コイルを流れる電流に関して、以下の問いに答えよ。

問 1. 図1(i)のように、1辺の長さが $2a$ の正方形の形をしたコイル $C_1C_2C_3C_4$ を、 $z = 0$ の平面内でコイルの中心が原点 O と一致し、 C_2C_3 と C_4C_1 が x 軸と平行になるように置いた。空間には z 軸の正の向きに磁束密度の大きさ B の一様な磁場がかかっている。コイルは、図1(ii)のように、 y 軸まわりでのみ回転することができ、 $z = 0$ の平面からの回転角を θ [rad]とする。回転角 θ の符号は、 y 軸負の側から見て時計回りを正とする。

コイルは C_4C_1 の中点で、起電力 E の電池と抵抗値 R の抵抗からなる起電力回路部に導線で接続されている。この導線の間隔は十分短く、起電力回路部はコイルから十分に離れているものとする。コイルの導線、および起電力回路部へと接続する導線は十分細いが、電気抵抗は無視できるものとする。また、コイルは変形せず、コイルと起電力回路部を接続する導線のねじれの影響は考えなくてよい。

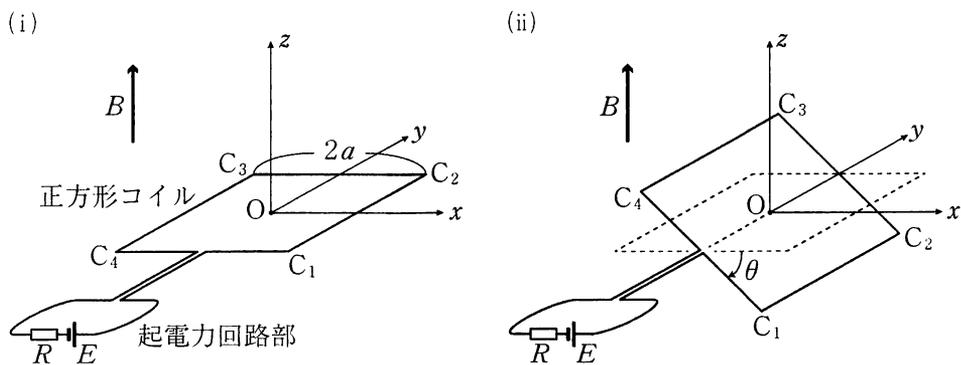


図 1

- (1) コイルが静止しているとき、コイルを流れる電流の大きさ I_0 を E, R, a, B のうち必要なものを用いて表せ。
- (2) コイルを回転角 θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) で静止させた。このとき、コイルの4辺が磁場から受ける力の向きを示した図として最もふさわしいものを、図2の(a)~(h)の中から選択して答えよ。
- (3) コイルを任意の回転角 θ で静止させた。このとき、コイルの4辺が磁場から受ける y 軸まわりの力のモーメントの和 $N(\theta)$ を E, R, a, B, θ のうち必要なものを用いて表せ。ただし、 $N(\theta)$ の符号は、 θ と同じ回転の向きを正とする。
- (4) $-\frac{\pi}{2} \leq \theta < \frac{3\pi}{2}$ の範囲において $N(\theta) = 0$ となる2つの回転角 θ_1 と θ_2 を答えよ。ただし、 $\theta_1 < \theta_2$ とする。

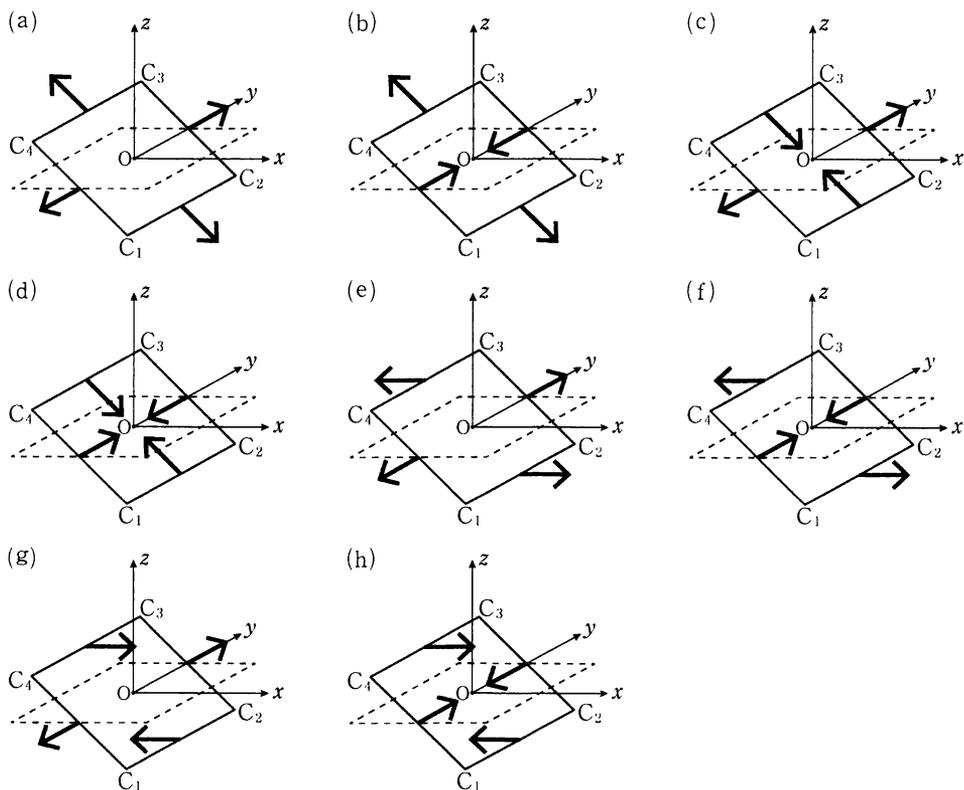


図2

問 2. コイルの回転角 θ が問 1(4)で求めた θ_1 のときを状態 1, θ_2 のときを状態 2 とする。状態 1 と状態 2 について、志賀^{しか}さんと能古^{のこ}さんは次のように議論した。ただし、空欄(ア)～(オ)には中点(・)で区切られたいずれかの言葉や数字が入る。

志賀さん 「状態 1 と状態 2 はどちらも磁場から受ける力のモーメントの和が $N(\theta) = 0$ だけれど、何か違いがあるのかな？」

能古さん 「コイルに外から力のモーメントを加えて、 $N(\theta)$ とのつり合いを保ちながら、状態 1 から状態 2 まで十分にゆっくりと回転させたときにする仕事 W_0 を考えてみよう。」

志賀さん 「コイルをある回転角 θ から微小角度 $\Delta\theta$ だけ十分にゆっくりと回転させるとき、外から加えた力のモーメントがコイルにする仕事 ΔW は $\Delta W = -N(\theta)\Delta\theta$ と書けるよ。」

能古さん 「 ΔW と $\Delta\theta$ は、 $\theta_1 < \theta < \theta_2$ の範囲では常に (ア) 同・異 符号の関係にあって、この ΔW を θ_1 から θ_2 まで足し合わせると W_0 になるんだね。それ以外の $-\frac{\pi}{2} \leq \theta < \theta_1$ と $\theta_2 < \theta < \frac{3\pi}{2}$ の範囲では、 ΔW と $\Delta\theta$ は常に (イ) 同・異 符号の関係にあるね。」

志賀さん 「すると、状態 1 から θ を変化させるとき、コイルにする仕事の符号は必ず (ウ) 正・負 で、状態 2 から θ を変化させるときは、コイルにする仕事の符号は必ず (エ) 正・負 になるね。」

能古さん 「だから、どちらの状態でも $N(\theta) = 0$ だけれど、コイルの回転角 θ が少し変化しても元に戻ろうとする『安定』な状態なのは状態 (オ) 1・2 の方なんだね。」

(1) 空欄(ア), (イ)に当てはまる言葉の組み合わせとして正しいものを次の①～④の中から選択し答えよ。

- ① (ア) 同 (イ) 同 ② (ア) 同 (イ) 異
 ③ (ア) 異 (イ) 同 ④ (ア) 異 (イ) 異

(2) 空欄(ウ), (エ)に当てはまる言葉の組み合わせとして正しいものを次の①～④の中から選択し答えよ。

- ① (ウ) 正 (エ) 正 ② (ウ) 正 (エ) 負
③ (ウ) 負 (エ) 正 ④ (ウ) 負 (エ) 負

(3) 空欄(オ)に当てはまる数字を「1」, 「2」から選択し答えよ。

志賀さんと能古さんの議論を、外から力のモーメントを加えて一定の角速度 ω ($\omega > 0$) でコイルを回転させたときと比較しよう。コイルの回転角が θ_1 になった時刻を $t = 0$ とする。ただし、コイルを流れる電流が作る磁束密度の大きさは B よりも十分小さいものとする。

(4) 時刻 t におけるコイルを貫く磁束を $\Phi(t)$ とする。 $\Phi(t)$ の符号は、コイルの $C_1 \rightarrow C_2 \rightarrow C_3 \rightarrow C_4$ の向きに右ねじを回したときにねじが進む向きを正とする。時刻 t から短い時間 Δt の間に θ は $\Delta\theta = \omega\Delta t$ だけ変化し、このときの $\Phi(t)$ の変化を $\Delta\Phi(t)$ とする。時刻 t における $\frac{\Delta\Phi(t)}{\Delta t}$ を E , R , a , B , ω , t のうち必要なものを用いて表せ。ただし、三角関数の公式 $\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$, $\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$ を使い、微小角度 $\Delta\theta$ に対しては、 $\sin \Delta\theta \doteq \Delta\theta$, $\cos \Delta\theta \doteq 1$ の近似を用いること。

(5) 時刻 t にコイルを流れる電流 $I(t)$ を E , R , a , B , ω , t のうち必要なものを用いて表せ。ただし、 $I(t)$ の符号は、電流がコイルを $C_1 \rightarrow C_2 \rightarrow C_3 \rightarrow C_4$ の向きに流れるときを正とする。

(6) コイルの回転角が θ_1 から最初に θ_2 になるまでに、外から加えた力のモーメントがコイルにした仕事を W' とする。この W' と、志賀さんと能古さんが議論した W_0 の大小関係として適切なものを解答欄から選択せよ。また、その理由を 80 字以内で述べよ。ただし、句読点も 1 字として数える。

〔3〕 (40点)

問 1. 凸レンズ(虫眼鏡)を物体に近づけたとき、物体が拡大されて見えることについて考えよう。図1のように、点FおよびF'を焦点とする焦点距離 f の凸レンズと長さ h の物体がある。物体は、凸レンズの中心Oから前方(左側)へ距離 a ($a < f$)だけ離れた位置に、凸レンズと平行に置かれており、その下端は凸レンズの光軸上にある。以下の問いに答えよ。

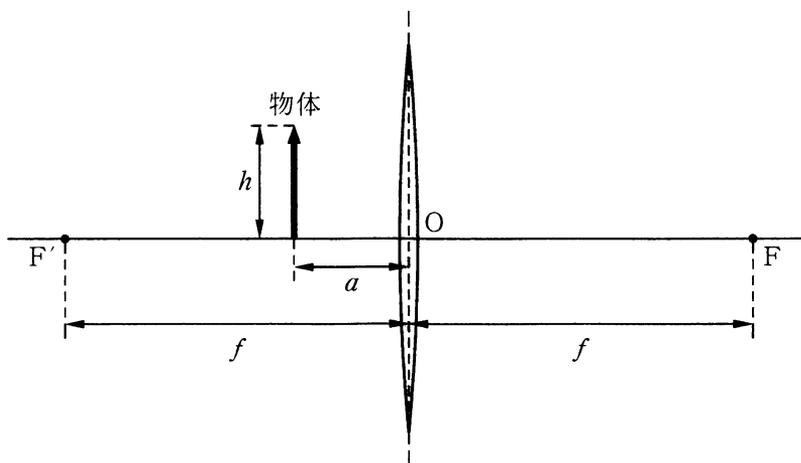


図1

- (1) $a = \frac{f}{3}$ の場合を考え、凸レンズの後方(右側)から見た物体の虚像を解答欄に作図せよ。
- (2) $0 < a < f$ を満たす任意の a に対して、虚像の長さ h' と h の比 $\frac{h'}{h}$ を求めよ。

問 2. 次に凸レンズにおいて、光がどのように屈折および反射するのかを見てみよう。簡単なモデルとして、図2のような、点Cを中心とする半径 r の球面と平面からなる平凸レンズを考える。点Cを通り平面に垂直な平凸レンズの光軸を x 軸とし、 x 軸と球面の交点を原点Oとする。平凸レンズは平面側が x 軸の負の向き(前方)になるように置く。平凸レンズの屈折率を n ($n > 1$)とし、周囲の空気の屈折率は1とする。以下に考えるすべての光線は単色光で、 xy 平面内を進むものとする。以下の問いに答えよ。

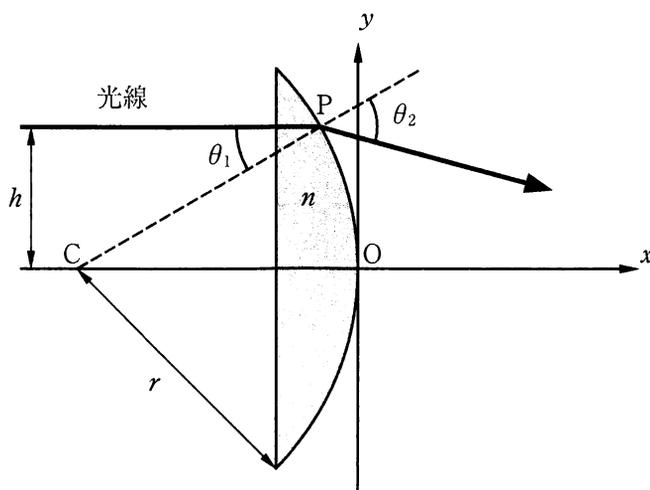


図 2

平凸レンズの前方(左側)から、 $y = h$ ($h > 0$)の線に沿った光線を平凸レンズの平面に垂直に入射させる。光線は球面上の点Pに到達する。なお点Pにおける光の屈折や反射を考える際、平凸レンズの表面は点Pのごく近傍では平面であると考えてよい。

- (1) 点Pにおける入射角を θ_1 [rad]としたとき、 $\sin \theta_1$ を h 、 r および n のうち必要なものを用いて表せ。
- (2) 点Pにおける屈折角を θ_2 [rad]としたとき、 $\sin \theta_2$ を θ_1 および n を用いて表せ。

- (3) θ_1 がある条件を満たすとき、光線は点Pにおいて全反射する。全反射するかしないかの境界となる条件は $\theta_1 = \theta_c$ である。 θ_c と n の関係式を示せ。また、 θ_1 が θ_c より①大きいとき、②小さいときのどちらの条件で全反射が起こるかを選び、番号で答えよ。

次に、図3のように h が r に比べて十分小さい場合を考える。このとき、 θ_1 および θ_2 は小さく、 $\sin \theta_1 \simeq \theta_1$ および $\sin \theta_2 \simeq \theta_2$ の近似が成り立つとする。

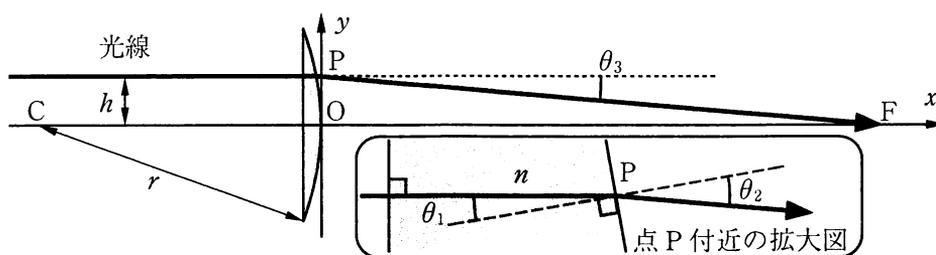


図3

- (4) 平凸レンズを出て後方(右側)に進む光線と光軸のなす角 θ_3 [rad]を h 、および n を用いて表せ。
- (5) 平凸レンズ通過後の光線は、 h の値によらず焦点Fを通過すると考えてよい。 h が r に比べて十分小さいので、点Pの座標を $(x, y) = (0, h)$ と近似し、OF間の距離(焦点距離) f を r および n を用いて表せ。なお、 θ_3 は小さく、 $\tan \theta_3 \simeq \theta_3$ の近似が成り立つとする。

次に、図3のような平凸レンズを屈折率 n' ($1 < n' < n$)の液体中に置いた。

- (6) 液体中での平凸レンズの焦点距離 f' を r 、 n および n' を用いて表せ。また f' と f の間の正しい関係式を以下から1つ選び、番号で答えよ。
- ① $f' < f$ ② $f' = f$ ③ $f' > f$

問 3. カメラ等に用いられるレンズの表面には、反射を抑えるため、コーティングと呼ばれる透明な薄膜が塗布されることがある。その模型として、図4のように、屈折率1の空気と屈折率 n ($n > 1$)のガラスの間に挟まれた厚さ d 、屈折率 n_2 ($n_2 > 1$)の薄膜を考えよう。空気側(左側)から波長 λ の単色光を、薄膜表面に垂直に入射させ、反射光を観測した。以下の問いに答えよ。

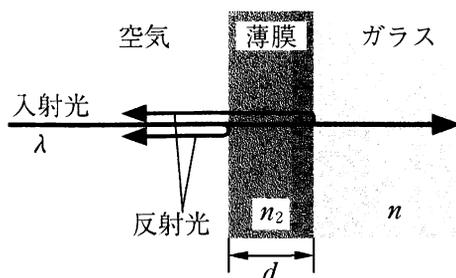


図 4

- (1) 光が薄膜とガラスの境界で反射するときの位相のずれを (a) $n_2 < n$ および (b) $n_2 > n$ の場合にわけて答えよ。
- (2) 薄膜の両面で反射した光が弱め合う条件を (a) $n_2 < n$ および (b) $n_2 > n$ の場合にわけて、 d , λ , n , n_2 の中から必要なもの、および整数 $m = 0, 1, 2, \dots$ を用いて表せ。ただし、 $d = 0$ の場合は条件から除外せよ。