2021 M

理　　科

理科は 物理 化学 生物 のうち2科目を選択受験のこと。

物理 …… 1頁　化学 ……15頁　生物 ……25頁

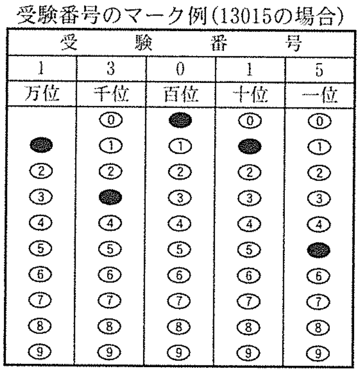
問題 Ⅰ はマークシート方式，Ⅱ は記述式である。

Ⅰ の解答はマークシートに，Ⅱ の解答は解答用紙に記入すること。

〔注　意　事　項〕

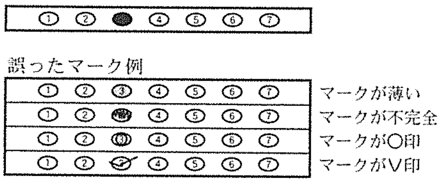
1. 監督者の指示があるまでは，この問題冊子を開かないこと。
2. マークシートは，コンピュータで処理するので，折り曲げたり汚したりしないこと。
3. マークシートに，**氏名・受験番号を記入し，科目選択・受験番号をマークする。**マークがない場合や誤って記入した場合の答案は無効となる。

受験番号のマーク例(13015の場合)



4. マークシートにマークするときは，HBまたはBの黒鉛筆を用いること。**誤ってマークした場合には，消しゴムで丁寧(ていねい)に消し，消しくずを完全に取り除いたうえで，新たにマークし直すこと。**
5. 下記の例に従い，**正しくマークすること。**

　(例えば3と答えたいとき)



6. 各科目とも基本的に正解は一つであるが，科目によっては二つ以上解答を求めている場合があるので設問をよく読み解答すること。
7. 解答は所定の位置に記入すること。

物　　理

I　以下の問題(**第１問～第３問**)の答えをマークシートに記せ。

第１問　次の問い(**問１～問６**)に答えよ。〔**解答番号** $\boxed{\quad 1 \quad}$ ～ $\boxed{\quad 8 \quad}$〕

問１　図１のように高さ 100 cm，底辺の幅 40 cm，質量 15 kg の一様な直方体の物体を水平面上に置き，側面に力を加えて物体を押す。水平面からの高さが h のところに作用させるこの水平右向きの力の大きさ F を次第に大きくしていくとしよう。物体と水平面との間の静止摩擦係数 μ の値を $\mu = \dfrac{2}{3}$ とし，重力加速度の大きさを $9.8\ \mathrm{m/s^2}$ として，下の問い((a)，(b))に答えよ。

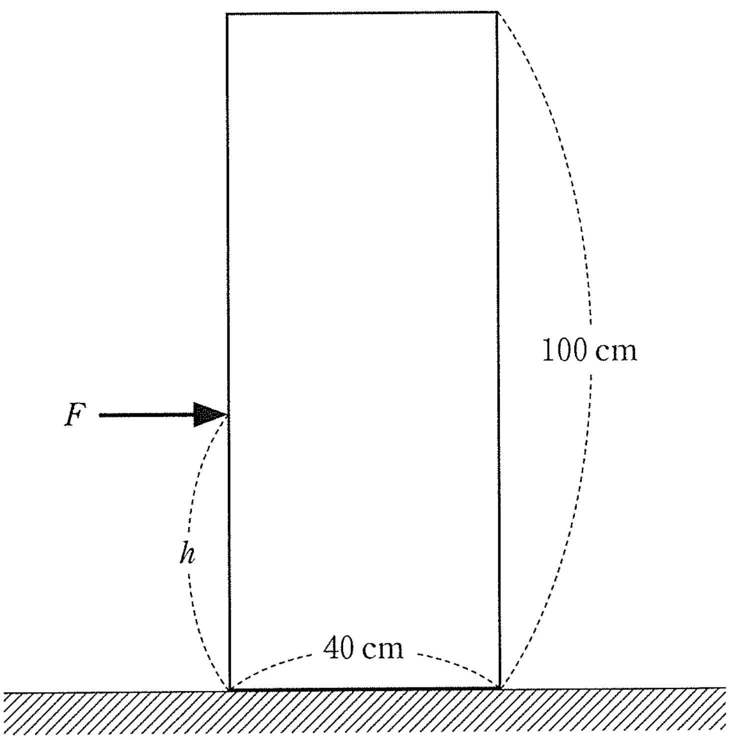


図１

(a)　まず，高さ $h = 49$ cm のところに水平右向きの力を作用させる場合を考え，力の大きさ F を次第に大きくしていったところ，物体はすべらないで傾いた。傾きはじめたのは F の値がいくらを超えたときか。最も近い値を，次の①～⑨のうちから一つ選べ。
$\boxed{\quad 1 \quad}$ N

① 10	② 20	③ 30	④ 40	⑤ 50
⑥ 60	⑦ 70	⑧ 80	⑨ 90	

(b) 次に，水平右向きの力をさまざまな高さ h（$0\ \mathrm{cm} \leqq h \leqq 100\ \mathrm{cm}$）で作用させて，その力の大きさ F を次第に大きくしていく場合を考えよう。このときに物体が先にすべり出すことなく，前問(a)のように F がある限界値になったところで傾きはじめるためには，力を加える高さ h はどのような条件を満たさなければならないか。このような条件を満たす h のすべての値の範囲として，最も適当なものを，次の①～⑧のうちから一つ選べ。

$\boxed{\quad 2 \quad}$

① $h \geqq 10\ \mathrm{cm}$　② $h \geqq 20\ \mathrm{cm}$　③ $h \geqq 30\ \mathrm{cm}$　④ $h \geqq 40\ \mathrm{cm}$

⑤ $h \leqq 50\ \mathrm{cm}$　⑥ $h \leqq 60\ \mathrm{cm}$　⑦ $h \leqq 70\ \mathrm{cm}$　⑧ $h \leqq 80\ \mathrm{cm}$

問 2 地球の表面から打ち上げた物体が，地球の引力を受けながらも無限遠方まで飛んで行ってしまう最小の初速のことを第 2 宇宙速度と呼ぶ。この第 2 宇宙速度は地球の半径 R，地球の質量 M，万有引力定数 G を用いてどのように表されるか。正しいものを，次の①～⑧のうちから一つ選べ。 $\boxed{\quad 3 \quad}$

① $\dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{GM}{2}}$　② $\dfrac{1}{R}\sqrt{GM}$　③ $\dfrac{1}{R}\sqrt{2\,GM}$　④ $\dfrac{2}{R}\sqrt{GM}$

⑤ $\sqrt{\dfrac{GM}{2\,R}}$　⑥ $\sqrt{\dfrac{GM}{R}}$　⑦ $\sqrt{\dfrac{2\,GM}{R}}$　⑧ $2\sqrt{\dfrac{GM}{R}}$

問 3　なめらかに動く断面積Sのピストンをもったシリンダー内に単原子分子の理想気体を入れ，図 2 のようにこの装置を水平な床に固定した。このシリンダーの壁にはヒーターが設置されており，はじめピストンは，ヒーターがある壁から距離Lの位置で静止していた。このときのシリンダー内の気体の絶対温度をT，圧力をp，シリンダーの外の大気圧をpとして下の問い((a)，(b))に答えよ。ただし，シリンダーおよびピストンは熱を通さないものとする。

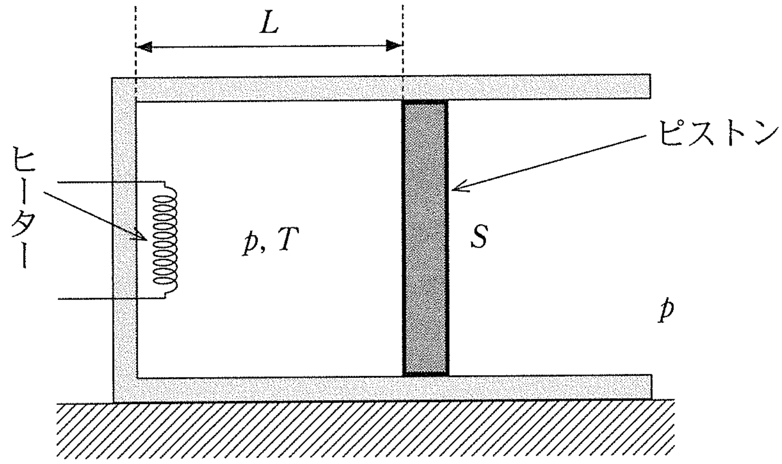


図 2

(a)　シリンダー内の気体をヒーターで加熱したところ，シリンダー内の気体はゆっくりと膨張し温度が$\frac{3}{2}T$となった。このときピストンは，はじめの位置から右に移動し静止した。シリンダー内の気体が外部にした仕事はいくらか。正しいものを，下の解答群①～⑨のうちから一つ選べ。$\boxed{4}$

(b)　前問(a)でヒーターがシリンダー内の気体に与えた熱量はいくらか。正しいものを，下の解答群①～⑨のうちから一つ選べ。$\boxed{5}$

$\boxed{4}$・$\boxed{5}$ の解答群

① $\frac{1}{2}pSL$　② $\frac{3}{4}pSL$　③ pSL　④ $\frac{5}{4}pSL$　⑤ $\frac{3}{2}pSL$

⑥ $\frac{7}{4}pSL$　⑦ $2pSL$　⑧ $\frac{5}{2}pSL$　⑨ $\frac{7}{2}pSL$

問 4 図3は，水を張った広い水槽を真上から見たものである。水槽の壁に沿って x 軸をとり，壁と垂直な方向に y 軸をとる。この水槽内の位置 $(0,\ a)$ $(a > 0)$ の点波源Sで水面を一定の周期で振動させて波長 λ の水面波を発生させる。観測は点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ でおこない，水面波の振幅を測定する。図3は，ある瞬間の水面 $(y > 0)$ の様子であり，実線で描かれた円は，波源からでた水面波の山の波面を表す。図3の瞬間からさらに時間がたつと，SからPへ直接到達する波(経路S→P)と，水槽の壁のある点Qで反射の法則に従って反射されてからPに向かう反射波(経路S→Q→P)ができて，Pではこれら二つの波の合成波の振幅が観測できる。これら二つの波が弱め合ってPで合成波の振幅が0となる条件はどのように表されるか。正しいものを下の①～⑥のうちから一つ選べ。ただし，m を0以上の整数とし，水面波の減衰は考えない。また，水面波の壁での反射は，自由端反射とする。

合成波の振幅が0となる条件は $\boxed{\quad 6 \quad}$

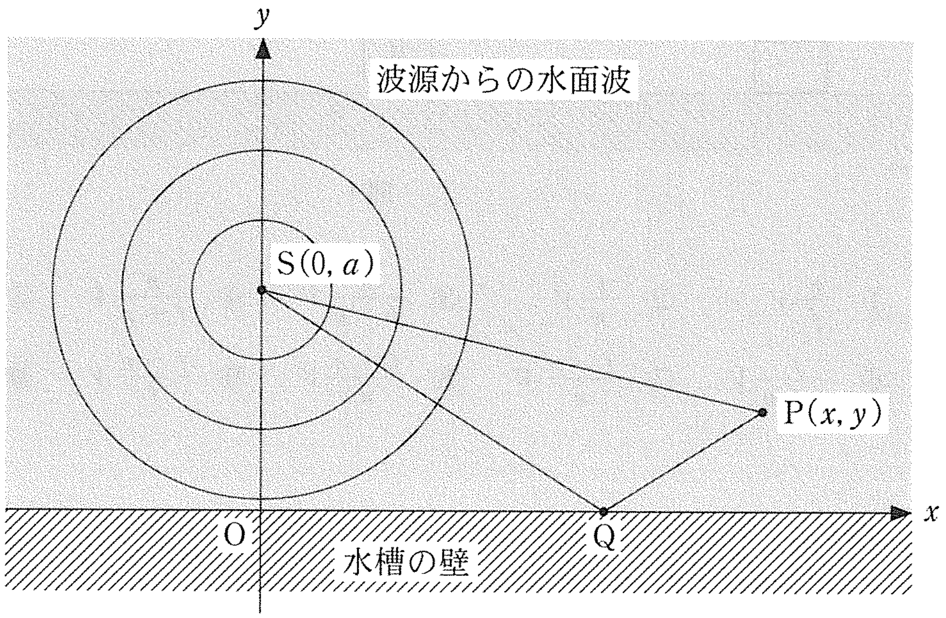


図3

① $\sqrt{x^2+(y+a)^2}-\sqrt{x^2+(y-2a)^2}=m\lambda$

② $\sqrt{x^2+(y+a)^2}-\sqrt{x^2+(y-a)^2}=m\lambda$

③ $\sqrt{x^2+(y+2a)^2}-\sqrt{x^2+(y-a)^2}=m\lambda$

④ $\sqrt{x^2+(y+a)^2}-\sqrt{x^2+(y-2a)^2}=\left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda$

⑤ $\sqrt{x^2+(y+a)^2}-\sqrt{x^2+(y-a)^2}=\left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda$

⑥ $\sqrt{x^2+(y+2a)^2}-\sqrt{x^2+(y-a)^2}=\left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda$

問 5　図4のように，おんさA，観測者，おんさBが一直線上に並んでいる。おんさA，Bを同時に鳴らすと，観測者には毎秒 n 回のうなりが聞こえた。この状態から，おんさBを速さ u で観測者に近づけると，うなりは消えた。おんさAの振動数を f，音速を V とすると，うなりが消えたときのおんさBの速さ u は，どのように表されるか。正しいものを，下の①～⑩のうちから一つ選べ。

$u =$ $\boxed{\ 7\ }$

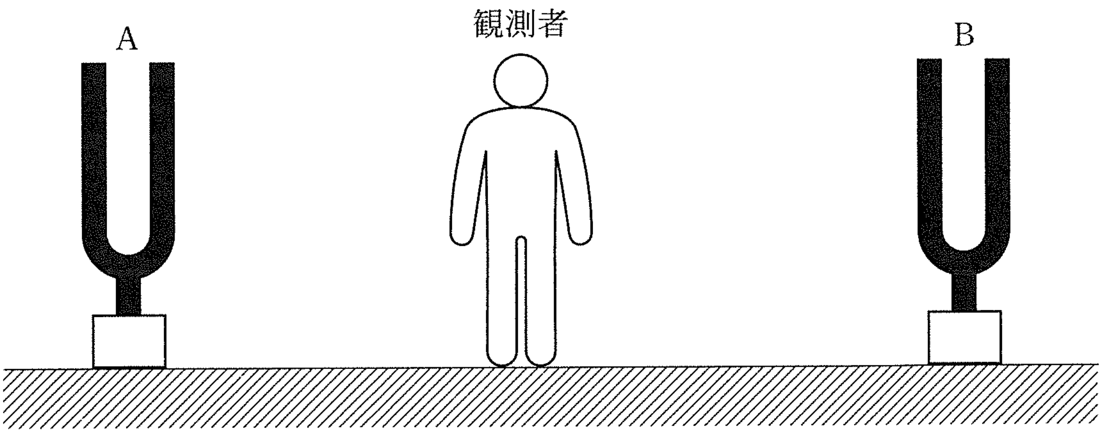


図4

① $\dfrac{n}{f}V$　② $\dfrac{f}{n}V$　③ $\dfrac{n}{f-n}V$　④ $\dfrac{n}{f+n}V$　⑤ $\dfrac{f}{f-n}V$

⑥ $\dfrac{f}{f+n}V$　⑦ $\dfrac{f-n}{n}V$　⑧ $\dfrac{f+n}{n}V$　⑨ $\dfrac{f-n}{f}V$　⑩ $\dfrac{f+n}{f}V$

問 6　図 5 のように，長さ r の導体棒を磁束密度 B の一様な磁場中に置き，導体棒の一方の端を原点 O に一致させ，z 軸のまわりに xy 平面上で回転させる。磁場は z 軸の正の向きであり，導体棒は真上から見たときに反時計回りに一定の角速度 $\omega(>0)$ で回転している。このとき，導体棒の端点 O に対する，もう一方の端点 P の電位はいくらか。正しいものを，下の①～⑥のうちから一つ選べ。

O に対する P の電位は $\boxed{8}$

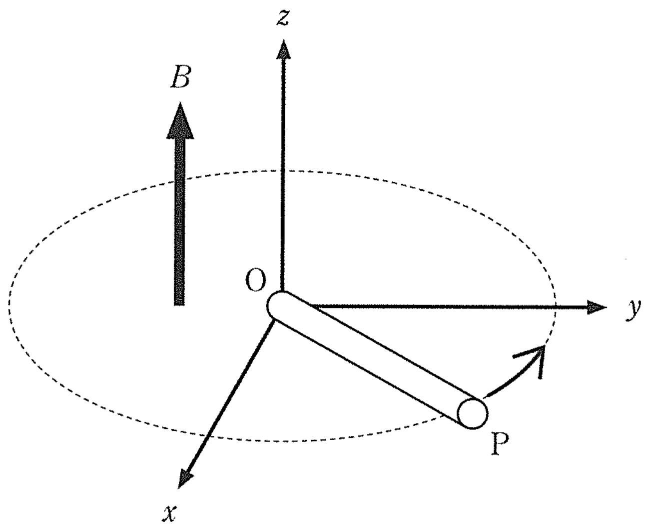


図 5

① $\frac{1}{2}Br\omega$　　② $\frac{1}{2}Br^2\omega$　　③ $\frac{1}{2}Br\omega^2$

④ $-\frac{1}{2}Br\omega$　　⑤ $-\frac{1}{2}Br^2\omega$　　⑥ $-\frac{1}{2}Br\omega^2$

第2問　なめらかな水平面の上に質量Mの三角形の台を置き，台と壁をばね定数kのばねでつなぐ。台の斜面と水平面のなす角はθである。図1は，この台の斜面の下端から質量mの小球を斜面に沿って，速さ$v_0(>0)$で発射した瞬間の様子であり，台の速度は0で，ばねは自然長であった。この瞬間を時刻$t=0$，台の左端の位置を原点Oとして，水平にX軸をとる。台と水平面の間に摩擦力ははたらかず，台は水平方向にのみ移動する。また，台と小球の間にも摩擦力ははたらかず，小球は台の斜面から離れることなく斜面上を移動するものとする。重力加速度の大きさをgとして，下の問い(**問1～問5**)に答えよ。〔**解答番号** $\boxed{1}$ ～ $\boxed{7}$〕

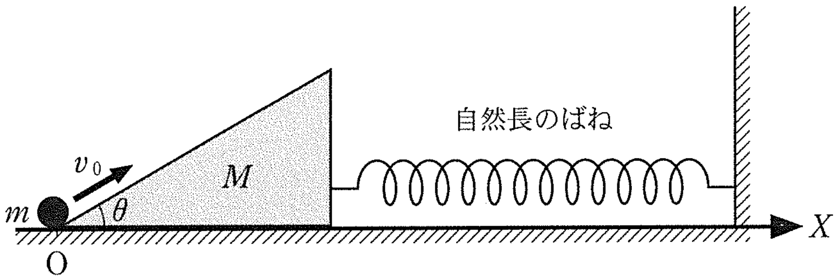


図1

問1　図1の状態から時間がたち，小球が斜面下端から距離xだけ台を上った時刻$t(>0)$の瞬間の様子を図2とする。このとき，台の左端は座標$X(>0)$の位置にあり，ばねは自然長からXだけ縮んでいる。小球にはたらく斜面からの垂直抗力の大きさをN，台のX軸方向の加速度をAとする。台のX軸方向の運動方程式は

$$MA = \boxed{1} - kX \tag{1}$$

となる。$\boxed{1}$を埋めるのに正しいものを，下の①～⑧のうちから一つ選べ。

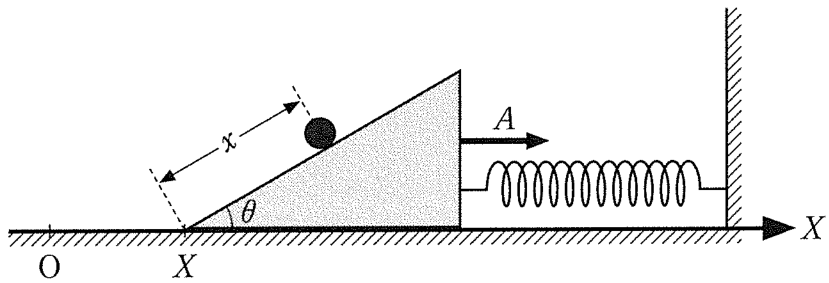


図2

① $N\sin\theta$　② $mg\sin\theta$　③ $(N+mg)\sin\theta$

④ $N\cos\theta$　⑤ $mg\cos\theta$　⑥ $(N+mg)\cos\theta$

⑦ $N\sin\theta + mg\cos\theta$　⑧ $N\cos\theta + mg\sin\theta$

問 2　図 2 の時刻 t の瞬間には，小球が斜面の下端から距離 $x(>0)$ の位置にあり，台とともに運動する観測者から見ると，小球は斜面に沿って上方に加速度 a で運動している。ただし，この加速度は斜面に沿って上向きを正とする。台とともに運動する観測者から見た，小球の斜面に沿った方向の運動方程式は

$$ma = \left(\boxed{\quad 2 \quad}\right) \times g + \left(\boxed{\quad 3 \quad}\right) \times A \qquad (2)$$

となる。$\boxed{\quad 2 \quad}$・$\boxed{\quad 3 \quad}$ を埋めるのに正しいものを，次の①～⑧のうちから一つずつ選べ。

① $m \sin\theta$　② $-m \sin\theta$　③ $M \sin\theta$　④ $-M \sin\theta$

⑤ $m \cos\theta$　⑥ $-m \cos\theta$　⑦ $M \cos\theta$　⑧ $-M \cos\theta$

問 3　小球は台の斜面から離れることなく運動するので，台とともに運動する観測者から見たとき，小球にはたらく斜面に垂直な方向の力はつり合っている。このことから，垂直抗力の大きさ N は

$$N = \boxed{\quad 4 \quad} \qquad (3)$$

と表すことができる。$\boxed{\quad 4 \quad}$ を埋めるのに正しいものを，次の①～⑧のうちから一つ選べ。

① $(mg - mA)\sin\theta$　② $(mg - MA)\sin\theta$

③ $(mg - mA)\cos\theta$　④ $(mg - MA)\cos\theta$

⑤ $mg\sin\theta - mA\cos\theta$　⑥ $mg\sin\theta - MA\cos\theta$

⑦ $mg\cos\theta - mA\sin\theta$　⑧ $mg\cos\theta - MA\sin\theta$

問 4 台の運動方程式(1)と垂直抗力の式(3)を連立させると，台の運動はある位置を中心とした単振動となることがわかる。この単振動の中心を $X = C$，角振動数を ω とする。このとき，時刻 $t = 0$ における台の位置と初速度を考慮すると，時刻 t の台の位置 X は

$$X = C(1 - \cos\omega t) \tag{4}$$

となる。角振動数 ω と単振動の中心の位置 C はいくらか。正しいものを次の①～⑧のうちから一つずつ選べ。

$\omega = \boxed{\ 5\ }$

$C = \boxed{\ 6\ }$

① $\dfrac{mg\sin\theta}{k}$　　② $\dfrac{mg\sin\theta\cos\theta}{k}$

③ $\dfrac{(m\sin\theta + M)g}{k}$　　④ $\dfrac{(m\sin\theta\cos\theta + M)g}{k}$

⑤ $\sqrt{\dfrac{k}{M + m\sin^2\theta}}$　　⑥ $\sqrt{\dfrac{k}{M + m\cos^2\theta}}$

⑦ $\sqrt{\dfrac{k\cos\theta}{M + m\sin^2\theta}}$　　⑧ $\sqrt{\dfrac{k\cos\theta}{M + m\cos^2\theta}}$

問 5 時刻 t から $t + \Delta t$ の短い時間の間に，台とともに運動する観測者から見た小球の斜面方向の速度が，Δv だけ変化し，台の X 軸方向の速度が ΔV だけ変化したとする。式(2)に現れる小球の加速度は $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ と表され，台の加速度は $A = \dfrac{\Delta V}{\Delta t}$ と表されるため，式(2)は

$$\frac{1}{\Delta t}\left(\Delta v - \frac{\boxed{\ 3\ }}{m} \times \Delta V\right) = \frac{\boxed{\ 2\ }}{m} \times g$$

となるので，

$$v - \frac{\boxed{\ 3\ }}{m} \times V$$

の時間的な変化の割合が一定となることがわかる。台とともに運動する観測者から見た小球の斜面方向の速度 v は，時刻 t の関数としてどのように表されるか。正しいものを，次の①～⑧のうちから一つ選べ。ただし V は，式(4)から台の単振動の速度を計算したものになる。

$v = \boxed{\ 7\ }$

① $v_0 + gt\sin\theta - \omega C\cos\theta\sin\omega t$　　② $v_0 + gt\cos\theta - \omega C\sin\theta\sin\omega t$

③ $v_0 - gt\sin\theta - \omega C\cos\theta\sin\omega t$　　④ $v_0 - gt\cos\theta - \omega C\sin\theta\sin\omega t$

⑤ $v_0 + \dfrac{M}{m}gt\sin\theta + \omega C\cos\theta\sin^2\omega t$　　⑥ $v_0 + \dfrac{M}{m}gt\cos\theta + \omega C\sin\theta\sin^2\omega t$

⑦ $v_0 - \dfrac{M}{m}gt\sin\theta + \omega C\cos\theta\sin^2\omega t$　　⑧ $v_0 - \dfrac{M}{m}gt\cos\theta + \omega C\sin\theta\sin^2\omega t$

第３問　次の交流回路に関する問い（Ａ・Ｂ）に答えよ。〔**解答番号** $\boxed{\ 1\ }$ ～ $\boxed{\ 6\ }$ 〕

Ａ　図１のように，抵抗値 R の抵抗，自己インダクタンス L のコイル，電気容量 C のコンデンサーを交流電源に並列に接続した。時刻 t において電源電圧 V は，最大値 $V_0(>0)$ と角周波数 $\omega(>0)$ を用いて $V=V_0\cos\omega t$ であった。下の問い（**問１**～**問３**）に答えよ。ただし，V は点Ｂに対する点Ａの電位とし，コイルの内部抵抗は無視できるものとする。

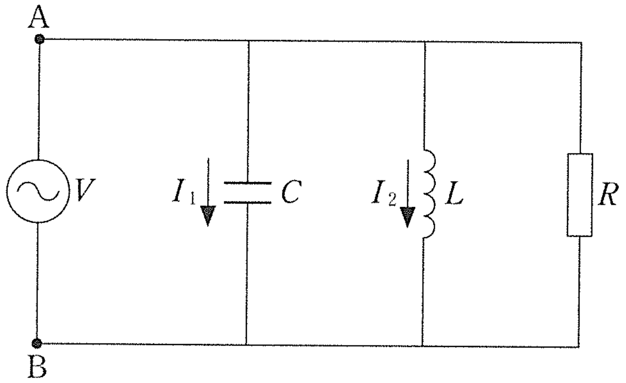


図１

問１　コンデンサーおよびコイルに流れる電流をそれぞれ I_1，I_2 とし，図１の矢印は電流の正の向きを表す。時刻 t から $t+\Delta t$ の短い時間の間に電源電圧が V から $V+\Delta V$ に変化し，電流はそれぞれ I_1 から $I_1+\Delta I_1$ と I_2 から $I_2+\Delta I_2$ に変化した。このときコンデンサーとコイルに対して成立する関係式の組み合わせとして正しいものを，次の①～⑥のうちから一つ選べ。 $\boxed{\ 1\ }$

① $\dfrac{\Delta V}{\Delta t}=CI_1$ と $\dfrac{\Delta V}{\Delta t}=LI_2$　　② $\dfrac{\Delta V}{\Delta t}=\dfrac{1}{C}I_1$ と $\dfrac{\Delta V}{\Delta t}=\dfrac{1}{L}I_2$

③ $\dfrac{\Delta V}{\Delta t}=\dfrac{1}{C}I_1$ と $V=L\dfrac{\Delta I_2}{\Delta t}$　　④ $V=C\dfrac{\Delta I_1}{\Delta t}$ と $V=L\dfrac{\Delta I_2}{\Delta t}$

⑤ $V=C\dfrac{\Delta I_1}{\Delta t}$ と $\dfrac{\Delta V}{\Delta t}=LI_2$　　⑥ $V=C\dfrac{\Delta I_1}{\Delta t}$ と $\dfrac{\Delta V}{\Delta t}=\dfrac{1}{L}I_2$

問２　時刻 t の電源電流として正しいものを，次の①～⑧のうちから一つ選べ。 $\boxed{\ 2\ }$

① $\left\{\dfrac{V_0}{R}+V_0\left(\omega C-\dfrac{1}{\omega L}\right)\right\}\cos\omega t$　　② $\left\{\dfrac{V_0}{R}-V_0\left(\omega C-\dfrac{1}{\omega L}\right)\right\}\cos\omega t$

③ $\left\{\dfrac{V_0}{R}+V_0\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)\right\}\cos\omega t$　　④ $\left\{\dfrac{V_0}{R}-V_0\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)\right\}\cos\omega t$

⑤ $\dfrac{V_0}{R}\cos\omega t+V_0\left(\omega C-\dfrac{1}{\omega L}\right)\sin\omega t$　　⑥ $\dfrac{V_0}{R}\cos\omega t-V_0\left(\omega C-\dfrac{1}{\omega L}\right)\sin\omega t$

⑦ $\dfrac{V_0}{R}\cos\omega t+V_0\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)\sin\omega t$　　⑧ $\dfrac{V_0}{R}\cos\omega t-V_0\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)\sin\omega t$

問 3　時刻 t においてコンデンサーに蓄えられるエネルギーとコイルに蓄えられるエネルギーの和を与える式はどのように表されるか。最も適当なものを，次の①～⑧のうちから一つ選べ。 $\boxed{\ 3\ }$

① $\left(\dfrac{CV_0^2}{2}+\dfrac{V_0^2}{2\omega^2L}\right)\cos^2\omega t$　　② $\left(\dfrac{CV_0^2}{2}+\dfrac{V_0^2}{2\omega^2L}\right)\sin^2\omega t$

③ $\left(\dfrac{V_0^2}{2C}+\dfrac{\omega LV_0^2}{2}\right)\cos^2\omega t$　　④ $\left(\dfrac{V_0^2}{2C}+\dfrac{\omega LV_0^2}{2}\right)\sin^2\omega t$

⑤ $\dfrac{CV_0^2}{2}\cos^2\omega t+\dfrac{V_0^2}{2\omega^2L}\sin^2\omega t$　　⑥ $\dfrac{CV_0^2}{2}\sin^2\omega t+\dfrac{V_0^2}{2\omega^2L}\cos^2\omega t$

⑦ $\dfrac{V_0^2}{2C}\sin^2\omega t+\dfrac{\omega LV_0^2}{2}\cos^2\omega t$　　⑧ $\dfrac{V_0^2}{2C}\cos^2\omega t+\dfrac{\omega LV_0^2}{2}\sin^2\omega t$

B　図2のように，抵抗値 R の抵抗，自己インダクタンス L のコイル，電気容量 C のコンデンサーを交流電源に接続した。時刻 t にコンデンサーの左側の極板に蓄えられた電気量 Q を測定したところ，最大値 $Q_0(>0)$ と角周波数 $\omega(>0)$ を用いて $Q=Q_0\sin\omega t$ であった。下の問い(**問 4** ～**問 6**)に答えよ。ただし，コイルの内部抵抗は無視できるものとする。

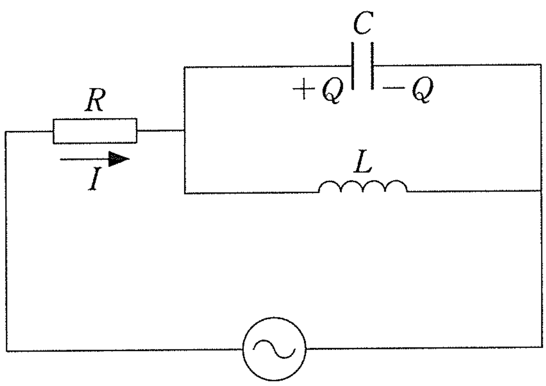


図 2

問 4　時刻 t において抵抗に流れる電流 I はどのように表されるか。正しいものを，次の①～⑧のうちから一つ選べ。ただし，図2の矢印は電流の正の向きを表す。

$I=\boxed{\ 4\ }$

① $Q_0\left(\omega-\dfrac{1}{\omega LC}\right)\sin\omega t$　　② $Q_0\left(\omega-\dfrac{1}{\omega LC}\right)\cos\omega t$

③ $Q_0\left(\dfrac{\omega L}{C}-\dfrac{1}{\omega C^2}\right)\sin\omega t$　　④ $Q_0\left(\dfrac{\omega L}{C}-\dfrac{1}{\omega C^2}\right)\cos\omega t$

⑤ $Q_0\left(\omega\sin\omega t-\dfrac{1}{\omega LC}\cos\omega t\right)$　　⑥ $Q_0\left(\omega\cos\omega t-\dfrac{1}{\omega LC}\sin\omega t\right)$

⑦ $Q_0\left(\dfrac{\omega L}{C}\sin\omega t-\dfrac{1}{\omega C^2}\cos\omega t\right)$　　⑧ $Q_0\left(\dfrac{\omega L}{C}\cos\omega t-\dfrac{1}{\omega C^2}\sin\omega t\right)$

問 5　この回路の消費電力の時間平均はいくらか。正しいものを，次の①～⑧のうちから一つ選べ。 $\boxed{5}$

① $\dfrac{Q_0{}^2R}{2C^2}\left(\omega C-\dfrac{1}{\omega L}\right)^2$　　② $\dfrac{Q_0{}^2R}{2C^2}\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)^2$

③ $\dfrac{Q_0{}^2R}{2C^2}\left(\omega^2C^2+\dfrac{1}{\omega^2L^2}\right)$　　④ $\dfrac{Q_0{}^2R}{2C^2}\left(\omega^2L^2+\dfrac{1}{\omega^2C^2}\right)$

⑤ $\dfrac{Q_0{}^2R}{C^2}\left(\omega C-\dfrac{1}{\omega L}\right)^2$　　⑥ $\dfrac{Q_0{}^2R}{C^2}\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)^2$

⑦ $\dfrac{Q_0{}^2R}{C^2}\left(\omega^2C^2+\dfrac{1}{\omega^2L^2}\right)$　　⑧ $\dfrac{Q_0{}^2R}{C^2}\left(\omega^2L^2+\dfrac{1}{\omega^2C^2}\right)$

問 6　時刻 t の電源電圧を与える式として，正しいものを，次の①～⑧のうちから一つ選べ。 $\boxed{6}$

① $\dfrac{Q_0}{C}\left\{\left(1+\omega LR\right)\sin\omega t-\dfrac{R}{\omega C}\cos\omega t\right\}$

② $\dfrac{Q_0}{C}\left\{\left(1+\omega LR\right)\cos\omega t-\dfrac{R}{\omega C}\sin\omega t\right\}$

③ $\dfrac{Q_0}{C}\left\{\left(1+\omega CR\right)\sin\omega t-\dfrac{R}{\omega L}\cos\omega t\right\}$

④ $\dfrac{Q_0}{C}\left\{\left(1+\omega CR\right)\cos\omega t-\dfrac{R}{\omega L}\sin\omega t\right\}$

⑤ $\dfrac{Q_0}{C}\left\{\sin\omega t+R\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)\cos\omega t\right\}$

⑥ $\dfrac{Q_0}{C}\left\{\cos\omega t+R\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)\sin\omega t\right\}$

⑦ $\dfrac{Q_0}{C}\left\{\sin\omega t+R\left(\omega C-\dfrac{1}{\omega L}\right)\cos\omega t\right\}$

⑧ $\dfrac{Q_0}{C}\left\{\cos\omega t+R\left(\omega C-\dfrac{1}{\omega L}\right)\sin\omega t\right\}$

II 次の問いに答えよ。解答用紙の所定の欄には，結果だけでなく考え方と途中の式も記せ。

図1のように，x 軸に沿う円筒形のシリンダーとなめらかに動かせるピストンでできた容器があり，容器内に質量 m の単原子分子 N 個からなる気体が入っている。シリンダーの垂直な壁Sは $x = L$ の位置にある。気体分子のすべてが x 軸と平行な方向に等しい速さ v で運動している状態を仮定し，このはじめの状態において $x = 0$ の位置にあったピストンを，一定の速さ $u(< v)$ で，短い時間 Δt の間だけ押し込む場合を考えよう。このとき気体分子は，x 軸の正の方向に移動するピストンの壁Pに垂直に当たって反発係数が e の衝突をするものとし，気体分子とシリンダーの壁Sとの衝突は弾性衝突とする。容器内の気体は希薄で，N 個の分子は壁PとSの間を一様に広がって運動しており分子間の衝突はないものとし，はじめの状態では N 個の分子の半分が x 軸の正の向きに，残りの半分は負の向きに運動していたとしよう。気体分子は壁P，Sとの衝突によってのみ運動が変化するものとし，N 個の気体分子の運動エネルギーの合計が，はじめの状態から短い時間 Δt の間に E から $E + \Delta E$ に変化するとして，下の問い(**問1～問6**)に答えよ。

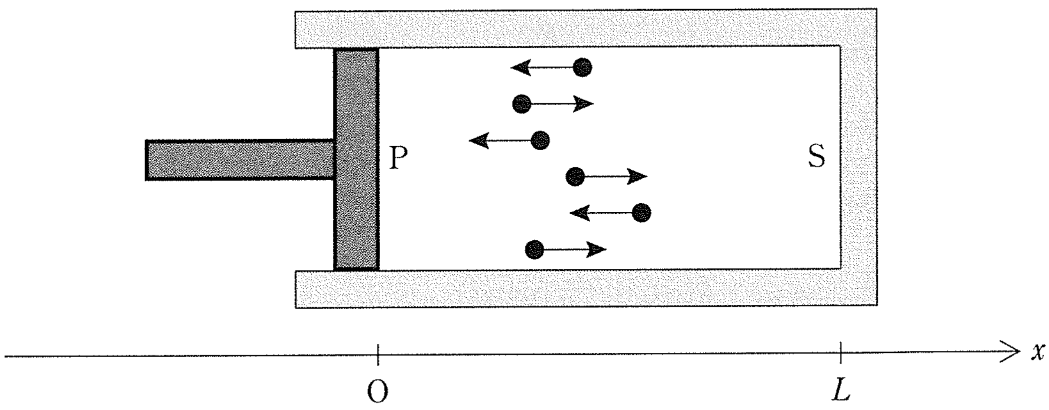


図1

問1 速さ v で x 軸の負の向きに運動する分子の一つが，一定の速さ $u(< v)$ で押し込まれているピストンの壁Pと衝突すると，衝突後のこの分子の速さはいくらか。

問2 はじめの状態から短い時間 Δt の間に，一定の速さ $u(< v)$ で押し込まれているピストンの壁Pと衝突する分子の数を求めよ。この分子の数は，$x = 0$ と

$x =$(壁Pに当たる分子のPからみた相対速度の大きさ)$\times \Delta t$

の間の領域に含まれる分子のうち，x 軸の負の向きに運動しているものの数に等しいとせよ。

問 3　短い時間 Δt の間に**問 2** で求めた個数の分子が，ピストンの壁 P と**問 1** のように衝突するとき，一定の速さ $u(< v)$ で，外からピストンを押す力がする仕事 ΔW はいくらか。

問 4　はじめの状態の容器内の気体の体積を V とすると，**問 3** の場合にピストンの壁 P にはたらく圧力はいくらか。

問 5　この問いに限り，気体分子とピストンの壁 P との衝突が弾性衝突($e = 1$)である特別な場合を考えるものとする。この $e = 1$ の場合に，**問 3** の ΔW の結果を計算したものと，はじめの状態から短い時間 Δt の間の運動エネルギーの合計の変化 ΔE を計算したものとの差 $(\Delta W - \Delta E)\,|_{e=1}$ はいくらか。

問 6　気体分子とピストンの壁 P が非弾性衝突($e < 1$)したあとの分子の速さ(**問 1** で求めた速さ)がちょうど v に等しくなるように，ピストンを押し込む一定の速さ u を選んだ場合を考えよう。このように選んだ u の値は反発係数 e の値で決まり，e の値が 1 に近く，$1 - e$ の値が非常に小さい場合を考えると，この u の値は v に比べて非常に小さな値($u \ll v$)となることがわかる。このとき，次の問い((a)，(b))に答えよ。

(a)　$\Delta R_1 = \Delta W - \Delta E$ という量は，はじめの状態から短い時間 Δt の間に，外力がする仕事から気体分子の全運動エネルギーの変化を引いたものである。壁 P との衝突後の分子の速さが v に等しく，$u \ll v$ のときに，ΔW と ΔE を計算し，この結果から $\dfrac{\Delta R_1}{u\Delta t} = \dfrac{\Delta W}{u\Delta t} - \dfrac{\Delta E}{u\Delta t}$ を求めよ。ただし，$\dfrac{\Delta W}{u\Delta t}$ は，**問 3** の結果を代入して v に比べて u を無視し反発係数は 1 に近似しないで e のままで求めよ。

(b)　短い時間 Δt のあと，一定の速さ $u(\ll v)$ でピストンを押し込むことを引き続きくり返し，$x = Ku\Delta t = \dfrac{L}{2}$ となる位置まで移動させたとしよう。はじめから j 回目($j = 1, 2, \cdots, K$)の Δt の間には，壁 P と衝突する分子の数は**問 2** の結果で L を

$$L - (j - 1)u\Delta t$$

に置き換えたものとなり，これを用いて外力がする仕事から気体分子の全運動エネルギーの変化を引いた ΔR_j を前問(a)と同様に求められる。$\dfrac{\Delta R_j}{E} = C_j$ とすると，E が m，v，N で表されることと $u\Delta t = \dfrac{L}{2K}$ の関係から，C_j は j，K，e を用いてどのように表されるか。ただし，$j = 1, 2, \cdots, K$ とする。このようにして気体の体積が半分になるまでに外力がする仕事から気体分子の全運動エネルギーの変化を引いたものを，$R = \Delta R_1 + \Delta R_2 + \cdots + \Delta R_K = E\sum_{j=1}^{K} C_j$ と表すことができ，この R はピストンを通して外部に放出される熱量に相当することがわかる。