2022M

数　　学

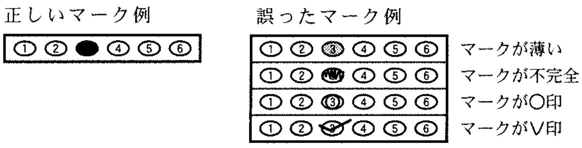
［注意事項］

1. 監督者の指示があるまで，この問題冊子を開かないこと。
2. 問 Ⅰ，Ⅱ の解答はマークシートにマークし，問 Ⅲ の解答は専用の解答用紙に書くこと。
3. マークシート解答用紙は，コンピュータで処理するので，折り曲げたり汚したりしないこと。
4. マークシートに，氏名・受験番号を記入し，受験番号をマークする。マークがない場合や誤って記入した場合の答案は無効となる。また，問 Ⅲ の解答用紙にも受験番号・氏名を記入する。無記入の場合や受験番号を誤記入した場合はその答案は無効になる。

受験番号のマーク例(13015の場合)

受	験	番	号	
1	3	0	1	5
万位	千位	百位	十位	一位
	⓪	●	⓪	⓪
●	①	①	●	①
②	②	②	②	②
③	●	③	③	③
④	④	④	④	④
⑤	⑤	⑤	⑤	●
⑥	⑥	⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨	⑨	⑨

5. 問 Ⅰ，Ⅱ において，マークするときは，HB または B の黒鉛筆を用いること。誤ってマークした場合には，消しゴムで丁寧に消し，消しくずを完全に取り除いたうえで，新たにマークし直すこと。
6. マークで解答する場合は，下記の例に従い，正しくマークすること。



7. マークで解答する場合，☐ の中の文字は，それぞれ符号(－)または，数字 1 文字が対応している。例えば，アイ の形の場合，－9 から－1 の整数または 10 から 99 の整数が入り得る。

－2の場合

ア	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ	⊖	⓪	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

32の場合

ア	⊖	⓪	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
イ	⊖	⓪	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

8. 分数形で解答する場合，それ以上約分できない形で答えること。
9. 根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えること。

I $\boxed{}$ に適する解答をマークせよ。ただし，同一問題で同じ記号の $\boxed{}$ がある場合は同一の値がはいる。

(1) 関数 $f(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$ について，以下の問いに答えよ。

(a) $f(a)=\dfrac{1}{2}$ のとき，$f(-a)=\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$，$f(2a)=\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(b) $f'(x)=\boxed{\text{カ}}-\{f(x)\}^{\boxed{\text{キ}}}$ が成り立つ。

$f(b)=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ のとき，$f'(b)=\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(c) 方程式 $3\{f(x)\}^2-5f(x)-2=0$ の解は $x=\dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}\log\boxed{\text{ス}}$ である。

(2) 見分けのつかない3枚のコインA，B，Cがある。コインAは表の出る確率と裏の出る確率がともに$\frac{1}{2}$，コインBは表の出る確率が$\frac{1}{3}$で裏の出る確率が$\frac{2}{3}$，コインCは表の出る確率が$\frac{1}{6}$で裏の出る確率が$\frac{5}{6}$である。

これら3枚のコインから1枚を選んだ。

(a) 選んだコインを1回投げると表が出た。選んだコインがAである確率は$\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$となり，Bである確率は$\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$となる。

(b) さらにもう1回投げると2回目も表が出た。選んだコインがAである確率は$\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$となり，Bである確率は$\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$となる。

(c) さらにもう1回投げると3回目は裏が出た。選んだコインがAである確率は$\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$となり，Bである確率は$\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$となる。

(3) 方 程 式 $x^3+9x+6=0$ に お い て，$x=y-\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{y}$ の 置 き 換 え を 行 う と $y^3-\dfrac{\boxed{\text{イウ}}}{y^3}+6=0$ となる。これを解いて $y^3=\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{オカ}}$ を得る。これより，方程式 $x^3+9x+6=0$ の解は 1 の 3 乗根の一つである

$\omega=\dfrac{\boxed{\text{キク}}+\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}\,i}{\boxed{\text{コ}}}$ を用いて，$x=\sqrt[3]{\boxed{\text{サ}}}-\sqrt[3]{\boxed{\text{シ}}}$，

$\sqrt[3]{\boxed{\text{ス}}}\,\omega-\sqrt[3]{\boxed{\text{セ}}}\,\omega^2$，$\sqrt[3]{\boxed{\text{ソ}}}\,\omega^2-\sqrt[3]{\boxed{\text{タ}}}\,\omega$ と表される。

II $\boxed{}$ に適する解答をマークせよ。ただし，同じ記号の $\boxed{}$ がある場合は同一の値がはいる。

4次関数 $y=f(x)$ のグラフで表される曲線 C と直線 l について，次のような条件Aを考える。

条件A：曲線 C と直線 l が $x=x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4\ (x_1<x_2<x_3<x_4)$ で交点を持ち，曲線 C と直線 l で囲まれた図形の3つの部分の面積について，$S_1=S_3$ と $S_1+S_3=S_2$ が成り立つ。ここで，$S_1,\ S_2,\ S_3$ はそれぞれ $x_1\leqq x\leqq x_2,\ x_2\leqq x\leqq x_3,\ x_3\leqq x\leqq x_4$ を満たす部分の面積を表す。

(a) 曲線 $y=g(x)=x^4-\dfrac{18}{5}x^2+a$ と直線 $y=0$ が条件Aを満たすとする。このとき，$x_3=b,\ x_4=c$ とおくと，

$$\int_0^c g(x)\,dx=\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}c^5-\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}c^3+ac=\boxed{オ}$$ となり，

$$a=\frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}},\quad b=\frac{\sqrt{\boxed{クケ}}}{\boxed{コ}},\quad c=\sqrt{\boxed{サ}}$$ となる。

(b) 曲線 $y=h(x)=x^4+4x^3+\dfrac{12}{5}x^2-\dfrac{6}{5}x+\dfrac{12}{5}$ に対して条件Aを満たす直線の方程式を求めよう。

まず，$h(x)=(x+d)^4-\dfrac{\boxed{シス}}{\boxed{セ}}(x+d)^2+\boxed{ソ}(x+d)+\boxed{タ}$ と変形する。ただし，$d=\boxed{チ}$ である。

ここで，$h_1(x)=(x+d)^4-\dfrac{\boxed{シス}}{\boxed{セ}}(x+d)^2$ とおくと，曲線 $y=h_1(x)$ に対して条件Aを満たす直線の方程式は $y=\dfrac{\boxed{ツテ}}{\boxed{ト}}$ である。したがって，求める直線の方程式は

$$y=\boxed{ナ}\,x+\frac{\boxed{ニヌ}}{\boxed{ネ}}$$ である。

(c) 曲線 $y=x^4-3x^2+2x+2$ に対して条件Aを満たす直線の方程式は

$$y=\boxed{ノ}\,x+\frac{\boxed{ハ}}{\boxed{ヒ}}$$ である。

Ⅲ 四面体OABCにおいて，点Oと面ABCの距離が20，点Aと面OBCの距離が15，点Bと面OCAの距離が12，点Cと面OABの距離が20である。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$とし，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\vec{a}+t\vec{b}+u\vec{c}$と表される点Pについて，以下の問いに答えよ。

(1) 点Pが面ABC上にあるための必要十分条件をs，t，uを用いて表せ。

(2) 点Pが四面体OABCの内部にあり，直線OPと面ABCの交点をDとする。$\overrightarrow{\mathrm{OD}}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$で表し，OD：PDを求めよ。

(3) 点Pが四面体OABCの内部にあり，直線APと面OBCの交点をEとする。$\overrightarrow{\mathrm{OE}}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$で表し，AE：PEを求めよ。

(4) 点Pが四面体OABCの内接球の中心であるときのs，t，uを求め，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$で表せ。