令和３年度
入学試験問題

数　　学

注意事項

(1) 問題は，指示があるまで開かない。

(2) 解答は必ず別に配布する解答用紙に記入すること。

(3) 分数形が解答で求められているときは，既約分数（それ以上約分できない分数）で答える。

(4) 根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が，最小となる形で答える。

(5) 根号を含む分数形の解答は，分母を有理化した形で答える。

医

（令和３年１月31日　一般入試・前期）

（問題は次ページから始まる）

1 箱Aの中には $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{5}$, $\boxed{7}$, $\boxed{11}$, $\boxed{13}$ のカードが1枚ずつ, 箱Bの中には $\boxed{1}$, $\boxed{4}$, $\boxed{6}$, $\boxed{8}$, $\boxed{9}$, $\boxed{10}$, $\boxed{12}$ のカードが1枚ずつ入っている。箱AとBの中から1枚ずつ取り出し，横に並べて2つの整数 $p, q\ (p \leqq q)$ を構成する。例えば，箱Aから $\boxed{2}$ を, 箱Bから $\boxed{1}$ を取り出すとき $(p, q) = (12, 21)$，箱Aから $\boxed{11}$ を, 箱Bから $\boxed{12}$ を取り出すとき $(p, q) = (1112, 1211)$ とする。

(1) p と q の最大公約数が9である確率は $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) p と q の最大公約数が6である確率は $\boxed{\text{イ}}$ である。

(3) p と q の最大公約数が3である確率は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(4) p と q の最大公約数が1である確率は $\boxed{\text{エ}}$ である。

（ 計 算 用 紙 ）

$\boxed{2}$ 2次関数 $f(x)$ が以下を満たすとする。

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(3+h)-f(3)}{h} = -2, \qquad \lim_{x \to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = 2, \qquad f(47) = 0$$

(1) このとき $f(x)$ を求めよ。また, $f(x)$ が最大値をとる x の値を求めよ。

(2) 不等式 $f(x) \geqq 0$ を満たす整数 x の個数を求めよ。

(3) 正の整数 k に対し $f(x) \geqq k$ を満たす整数 x の個数が 21 個であるとき, k のとりうる値の範囲を求めよ。

(4) 不等式 $f(x) \geqq y$ を満たす正の整数の組 (x, y) の個数を求めよ。

（ 計 算 用 紙 ）

$\boxed{3}$ $\triangle$OAB は鋭角三角形であるとする。点 O から辺 AB に下ろした垂線を OC とする。$st \neq 1$ を満たす正の実数 s, t に対し，辺 OA を $s:1$ に内分する点を D，辺 OB を $1:t$ に内分する点を E，直線 DE と直線 AB の交点を F とする。点 F が辺 AB を $u:1$ に外分する点であるように実数 u を定める。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{DE}} = h\overrightarrow{\mathrm{DA}} + \overrightarrow{\mathrm{OE}}$ を満たす h を s, t の式で表せ。

(2) u を s, t の式で表せ。

(3) $\overrightarrow{\mathrm{DF}} = k\overrightarrow{\mathrm{DE}}$ を満たす k を s, t の式で表せ。

(4) $\angle\mathrm{OAB} = \dfrac{\pi}{4}$, $\angle\mathrm{OBA} = \dfrac{\pi}{3}$ のとき，$\dfrac{\mathrm{CD} + \mathrm{DE} + \mathrm{EC}}{\mathrm{AB}}$ の最小値 および そのときの s, t の値を求めよ。

（ 計 算 用 紙 ）