

入学試験問題(2次)

数 学

令和4年2月9日

試験時間 30分

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子と解答用紙を開かないこと。
- 2 この問題冊子は表紙・白紙を除き2ページである。解答用紙は表紙・白紙を含め8枚である。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出ること。
- 3 解答には必ず黒鉛筆(またはシャープペンシル)を使用すること。
- 4 解答を訂正する場合は、消しゴムできれいに消すこと。
- 5 監督員の指示に従って、問題冊子の表紙の指定欄に受験番号を記入すること。
- 6 監督員の指示に従って、解答用紙の表紙の指定欄には受験番号と氏名を、2枚目から7枚目の指定欄には受験番号を記入すること。
- 7 この問題冊子の余白は、草稿用としてよい。ただし、切り離してはならない。
- 8 解答用紙左上のホチキス留めは、外さないこと。
- 9 解答用紙およびこの問題冊子は、持ち帰ってはならない。

受験番号				
------	--	--	--	--

上の枠内に受験番号を記入しなさい。

1 辺の長さが 1 の正四面体 $A_1B_1C_1D_1$ について考える。

図に示すように、 $\triangle B_1C_1D_1$ の重心を点 A_2 、 $\triangle A_1C_1D_1$ の重心を点 B_2 、 $\triangle A_1B_1D_1$ の重心を点 C_2 、 $\triangle A_1B_1C_1$ の重心を点 D_2 とする。

以下の設問に答えよ。

- 1) $\angle A_1A_2B_1 = \angle A_1A_2C_1 = \angle A_1A_2D_1 = 90^\circ$ となることを示し、線分 A_1A_2 の長さと正四面体 $A_1B_1C_1D_1$ の体積を求めよ。
- 2) $A_1B_1 \parallel A_2B_2$ であることを示し、線分 A_2B_2 の長さを求めよ。
- 3) A_2, B_2, C_2, D_2 を頂点とする立体は正四面体となることを証明せよ。
- 4) 上記の作業を繰り返し ($k \geq 3$, k は整数), $\triangle B_{k-1}C_{k-1}D_{k-1}$ の重心を点 A_k , $\triangle A_{k-1}C_{k-1}D_{k-1}$ の重心を点 B_k , $\triangle A_{k-1}B_{k-1}D_{k-1}$ の重心を点 C_k , $\triangle A_{k-1}B_{k-1}C_{k-1}$ の重心を点 D_k とする。
新たに構成された A_k, B_k, C_k, D_k を頂点とする立体は正四面体となることを示せ。

以下の設問 5), 6) については設問 3), 4) の結果を証明なしに用いてもよい。

- 5) 上記の設問の作業により構成された正四面体 $A_nB_nC_nD_n$ ($n \geq 2$, n は整数) の体積を V_n とする。正四面体 $A_1B_1C_1D_1$ の体積を V_1 と表記する。 $V_n \leq \frac{V_1}{10^{100}}$ となるときの n の最小値を求めよ。必要であれば、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ を用いよ。
- 6) $S_n = \sum_{i=1}^n V_i$ とする。 S_n を V_1 を用いて表すとともに、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{V_1}$ の値を求めよ。



