

入 学 試 験 問 題 (2次)

数 学

令和3年2月10日

試験時間 30分

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子と解答用紙を開かないこと。
- 2 この問題冊子は表紙・白紙を除き1ページである。解答用紙は表紙・白紙を含め6枚である。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出ること。
- 3 解答には必ず黒鉛筆(またはシャープペンシル)を使用すること。
- 4 解答を訂正する場合は、消しゴムできれいに消すこと。
- 5 監督員の指示に従って、問題冊子の表紙の指定欄および5枚の解答用紙(白紙を除く)の指定欄に受験番号、氏名を記入すること。
- 6 この問題冊子の余白は、草稿用に使用してよい。ただし、切り離してはならない。
- 7 解答用紙およびこの問題冊子は、持ち帰ってはならない。

受験番号				
------	--	--	--	--

上の枠内に受験番号を記入しなさい。

数列 $\{c_n\}$ (c_n は正の実数値をとる) は,

不等式 $I: c_n^3 - 14c_n^2 + \left(49 - \frac{1}{n+3}\right)c_n \leq 0$ を満たすものとする。

$\lim_{n \rightarrow \infty} c_n$ について考える。

関数 $f(x) = x^3 - 14x^2 + 49x$, 関数 $g_n(x) = \frac{1}{n+3}x$ とする。

ただし, x は実数, n は自然数とする。

以下の設問に答えよ。

- 1) 関数 $y = f(x)$ の第 1 次導関数をもとめ, 増減表を作成し, グラフの概形をかけ。

- 2) 方程式 $f(x) - g_n(x) = 0$ は, $x = 0$ 以外に異なる 2 つの実数解をもつことを証明せよ。
 $x = 0$ 以外の 2 つの実数解を a_n, b_n ($a_n > b_n$) とし,
 a_n, b_n それぞれを n の式で表記せよ。

- 3) a_n, b_n , それぞれを数列 $\{a_n\}$ および数列 $\{b_n\}$ と考えることにする (n は自然数)。
 a_1, b_1 をもとめ, $b_{n+1} > b_n$ および $a_n > a_{n+1}$ となることを示せ。

- 4) a_n, b_n, c_n の大小関係について考察し, $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n$ が収束するかどうか判定せよ。
 $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n$ が収束する場合, その極限值を求めよ。

