入 学 試 験 問 題（1次）

数　　学

令和4年1月24日　　　　9時00分—10時20分

注 意 事 項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと。

2　この問題冊子は表紙・白紙を除き9ページである。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出ること。

3　解答には必ず黒鉛筆（またはシャープペンシル）を使用すること。

4　解答は，各設問ごとに一つだけ選び，解答用紙の所定の解答欄の該当する記号を塗りつぶすこと。

5　解答を訂正する場合は，消しゴムできれいに消すこと。

6　監督員の指示に従って，問題冊子の表紙の指定欄に受験番号を記入し，解答用紙の指定欄に受験番号，受験番号のマーク，氏名を記入すること。

7　この問題冊子の余白は，草稿用に使用してよい。ただし，切り離してはならない。

8　解答用紙およびこの問題冊子は，持ち帰ってはならない。

受験番号					

上の枠内に受験番号を記入しなさい。

設問ごとに，与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つだけ選び，解答用紙の該当する記号を塗り潰せ。

1 整式 $2x^3+7x^2+9x+1$ を整式 $2x-3$ で割ると，商が Ax^2+Bx+C，余りが D となる。

$\dfrac{D-A}{C}+B$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

2 $x=\sqrt{2}+\sqrt{6}$，$y=\sqrt{2}-\sqrt{6}$ であるとき，$A=\dfrac{x^9-y^9}{x^6-y^6}$ とする。

$\dfrac{5A}{34\sqrt{2}}$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

3 2つの数 α，β を解とする2次方程式

$x(x+1)+(x+1)(x+2)+(x+2)(x+3)+(x+3)(x+1)=0$

について考える。

$(\alpha+2)(\beta+2)=\dfrac{1}{k}$ であるとき，k の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

4　不等式$\sqrt{3}\cos x \geqq |2\cos x - \sin x|$（$0 \leqq x \leqq 2\pi$）を満たす$x$のとりうる範囲は，$a \leqq x \leqq b$と表せる。$\dfrac{b}{a}$の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

5　$\omega = \dfrac{-1+\sqrt{3}\,i}{2}$とする（$i^2 = -1$）。$|\omega^{100} + \omega^{50}|$の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

6　1辺の長さが1の正五角形Pについて考える。正五角形Pの外接円をCとする。正五角形Pの面積をS，外接円Cの面積をTと表記する。

$\dfrac{T}{S}\cdot\dfrac{5}{\pi}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$の値を求めよ。　$\sin 72^\circ = \dfrac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$である。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

7 座標平面上(原点をOとする)において，放物線C1：$y=x^2$ 上に点P(点Pの x 座標は正の実数とする)，放物線C2：$y=\dfrac{1}{2}x^2$ 上に点Qをとることにする。$\triangle$OPQの面積を S と表記する。

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=-\dfrac{1}{2}$ のとき，S の最小値を m とする。$2m^2$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

8 座標平面上(原点をOとする)において，円C：$(x-2)^2+y^2=1$ 上に点P(点Pの y 座標は正の実数とする)，直線 ℓ：$x=0$ 上に点Q$(0,\ t)$ (t は正の実数とする)をとることにする。

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{QP}}=0$ を満たしながら点P，Qが動き，$|\overrightarrow{\mathrm{OQ}}|$ が最小となるときの $\dfrac{5}{3}|\overrightarrow{\mathrm{OP}}||\overrightarrow{\mathrm{QP}}|$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

9 3つの点A$(1,2,-2)$，B$(2,1,3)$，C$(3,4,2)$が定める平面ABC上に点P$(0,4,k)$ (k は実数)が存在するとき，$|2k+10|$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

10 実数x，$y\,(y \geqq 0)$が$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=1$を満たすとき，$5x+2y$のとりうる値の範囲は，$m \leqq 5x+2y \leqq M$となる。$\sqrt{M^2-m^2}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

11 実数x，yは，$2x^2-8x+2y^2-1<0$，$x^2-5x-y^2+y+6<0$を満たすものとする。

$x+y$と$x-y$がともに整数となるとき，$(x+y,\ x-y)$の組はいくつあるか。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

12 座標平面上で点Pは原点Oから出発して，1)，2)のように動くものとする。

1) 1枚の硬貨を投げて表であれば，x軸の正の方向へ1動く。

2) 1枚の硬貨を投げて裏であれば，y軸の正の方向へ1動く。

硬貨を7回続けて投げたとき，線分OPの長さが整数となる確率をkとする。

$16k$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

13 曲線C：$y = x^3 - 27x^2 + 231x + 10$ と直線 ℓ：$y = mx + m - 249$（m は実数）は，点Aで接し，点Bで交わる。点Aの x 座標を α，点Bの x 座標を β（α と β は実数，$\alpha > \beta$）としたとき，$\dfrac{2m}{\alpha} + \beta$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

14 関数 $y = 8^x + 8^{-x} - 5(4^x + 4^{-x}) + 6(2^x + 2^{-x}) + 5$（$x \geqq 1$，$x$ は実数）の最小値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

15 $-\pi \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ において，2つの曲線C1：$y = \sin x$，
C2：$y = -\dfrac{4}{3\pi^2}x^2 + \dfrac{4}{3}$ に囲まれた面積を S とする。
$S - \dfrac{3}{2}\pi$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

16 曲線C1：$y = e^x - 1$（$x > 0$，xは実数），曲線C2：$y = \dfrac{1}{e^x - 1}$（$x > 0$，xは実数），直線L1：$x = \dfrac{1}{2}$，直線L2：$x = k$（$k > \log 2$，kは実数）について考える。直線L1とx軸の交点をE，直線L1と曲線C1の交点をF，直線L2とx軸の交点をG，直線L2と曲線C2の交点をHとする。x軸，線分EF，曲線C1，曲線C2，線分GHで囲まれた面積をS_kとする。

$\displaystyle\lim_{k \to \infty} S_k$の値を求めよ。ただし，$e$は自然対数の底，$\log 2$は自然対数とする。
必要があれば，$-\dfrac{1}{e^x - 1} = \dfrac{e^x - 1 - e^x}{e^x - 1}$を用いよ。

㋐	$\dfrac{7}{2} + \sqrt{e}$	㋕	$\dfrac{5}{2} + \sqrt{e}$	㋚	$\dfrac{3}{2} + \sqrt{e}$	㋟	$1 + \sqrt{e}$	㋤	$\dfrac{1}{2} + \sqrt{e}$
㋩	$\dfrac{7}{2} - \sqrt{e}$	㋮	$\dfrac{5}{2} - \sqrt{e}$	㋳	$\dfrac{3}{2} - \sqrt{e}$	㋶	$1 - \sqrt{e}$	㋻	$\dfrac{1}{2} - \sqrt{e}$

17 $S = \displaystyle\int_1^{e^3} x^2 (\log x)^2 dx$とする。$\log\left(\dfrac{27S + 2}{65}\right)$の値を求めよ。

ただし，eは自然対数の底，$\log x$，$\log\left(\dfrac{27S + 2}{65}\right)$は自然対数とする。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

次の文章を読み，以下の問い（問題 $\boxed{18}$ ～ $\boxed{21}$ ）に対する選択肢から最も適当なものを一つだけ選べ。

関数 $y = \sin x + \sqrt{3}\cos x + \sin x \cos x + \dfrac{\sqrt{3}}{3}\cos^2 x\,(0 \leqq x < 2\pi)$ の最大値（M）と最小値（m）について考える。

Ⅰ　$t = \sin x + \sqrt{3}\cos x$ とおくと，$t = A\sin\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right)$ とすることができる。
$A = \boxed{18}$ である。

$\boxed{18}$

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

Ⅱ　関数 $y = \sin x + \sqrt{3}\cos x + \sin x \cos x + \dfrac{\sqrt{3}}{3}\cos^2 x\,(0 \leqq x < 2\pi)$ を t の式で表記すると，$y = \dfrac{\sqrt{3}}{6}(t + B)^2 - C$ となる。
$B = \boxed{19}$，$C = \boxed{20}$ である。

$\boxed{19}$

㋐　0	㋕　1	㋚　$\sqrt{3}$	㋟　$2\sqrt{3}$	㋤　$3\sqrt{3}$
㋩　$\sqrt{6}$	㋮　$2\sqrt{6}$	㋳　$3\sqrt{6}$	㋶　8	㋻　9

$\boxed{20}$

㋐　0	㋕　$\dfrac{1}{2}$	㋚　$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	㋟　$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$	㋤　$3\sqrt{3}$
㋩　$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$	㋮　$\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$	㋳　$\sqrt{6}$	㋶　3	㋻　6

Ⅲ　$|3m+4M|$ の値は $\boxed{21}$ となる。

$\boxed{21}$

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

次の文章を読み，以下の問い(問題 $\boxed{22}$ ～ $\boxed{25}$)に対する選択肢から最も適当なものを一つだけ選べ。

初項が a(a は正の整数)，公差が3の等差数列 $\{a_n\}$ (n は自然数)について考える。

この等差数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする。$S_n = 4095$ であるとき，以下の設問に答えよ。

Ⅰ　S_n は $\boxed{22}$ と表すことができる。

$\boxed{22}$

㋐　$n(2a+3n)$　　㋕　$n(2a+3n-1)$

㋚　$n(2a+3n-2)$　　㋟　$n(2a+3n-3)$

㋤　$n(2a+3n-4)$　　㋩　$\frac{n}{2}(2a+3n)$

㋮　$\frac{n}{2}(2a+3n-1)$　　㋳　$\frac{n}{2}(2a+3n-2)$

㋶　$\frac{n}{2}(2a+3n-3)$　　㋻　$\frac{n}{2}(2a+3n-4)$

Ⅱ　a は $\boxed{23}$ と表すことができる。

$\boxed{23}$

㋐ $\dfrac{4095}{n} - \dfrac{3}{2}n$　　㋕ $\dfrac{4095}{n} - \dfrac{3}{2}(n-1)$

㋚ $\dfrac{4095}{n} - \dfrac{3}{2}(n-2)$　　㋟ $\dfrac{4095}{n} - \dfrac{3}{2}(n-3)$

㋤ $\dfrac{4095}{n} - \dfrac{1}{2}n$　　㋩ $\dfrac{4095}{n} - \dfrac{1}{2}(n-1)$

㋮ $\dfrac{4095}{n} - \dfrac{1}{2}(n-2)$　　㋳ $\dfrac{4095}{n} - \dfrac{1}{2}(n-3)$

㋶ $\dfrac{4095}{n} - \dfrac{3}{2}(2n-1)$　　㋻ $\dfrac{4095}{n} - \dfrac{3}{2}(2n-3)$

Ⅲ　$n = \boxed{24}$ のとき，a は最小値 $\boxed{25}$ をとる。（a は正の整数）

$\boxed{24}$

㋐ 39　㋕ 40　㋚ 41　㋟ 42　㋤ 43

㋩ 44　㋮ 45　㋳ 46　㋶ 47　㋻ 48

$\boxed{25}$

㋐ 16　㋕ 17　㋚ 18　㋟ 19　㋤ 20

㋩ 21　㋮ 22　㋳ 23　㋶ 24　㋻ 25