

令和4年度 入学者選抜試験問題

一般選抜 令和4年1月29日

数 学 (60分)

I 注意事項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は16ページあります。ただし、出題ページは下記のとおりです。
4, 6, 8, 10ページ
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を挙げて監督員に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、その説明と解答用紙の「記入上の注意」を読み、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 受験番号欄
受験番号を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
 - ② 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
- 5 試験開始後30分間および試験終了前5分間は退出できません。
- 6 この表紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。この問題冊子は試験終了後回収します。

II 解答上の注意

- 1 「解答上の注意」が、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

受 験 番 号				

獨協医科大学 医学部

(問題は次ページから始まる)

1 次の問いに答えなさい。

(1) (i) 方程式

$$\log_2 x + 4 \log_x 2 = -\frac{17}{2}$$

の解は、 $x = \frac{1}{\text{アイウ}}, \frac{\sqrt{\text{エ}}}{\text{オ}}$ である。

(ii) 関数

$$f(x) = (\log_2 x)^2 + 16 (\log_x 2)^2 + \log_{\sqrt{x}} 256 - \log_{\frac{1}{2}} 8x^4$$

を考える。

$t = \log_2 x + 4 \log_x 2$ とおき、 $f(x)$ を t を用いて表すと

$$f(x) = t^2 + \text{カ} t - \text{キ}$$

であり、 $f(x)$ は $x = \frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$ のとき、最小値 コサ をとる。

(2) 9枚のカードに1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9の数字が1つずつ書かれている。このカードの中から無作為に3枚のカードを選ぶ。

選んだ3枚のカードに書かれている数の積を T とするとき

T が偶数になる確率は $\frac{\text{シス}}{\text{セソ}}$ であり、 T が4の倍数になる確率は $\frac{\text{タ}}{\text{チツ}}$

である。

また、選んだ3枚のカードに書かれている数の和を S とするとき、 S が3の倍数

になる確率は $\frac{\text{テ}}{\text{トナ}}$ である。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次に続く。

2 関数 $f(x) = \frac{3x-1}{x-a}$ の逆関数 $f^{-1}(x)$ が $f(x)$ と一致するとき、 $a = \boxed{\text{ア}}$ である。

以下、 $a = \boxed{\text{ア}}$ とする。

O を原点とする xy 平面において、曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = x$ との交点のうち $x > \boxed{\text{ア}}$ の範囲にあるものを $P(p, p)$ とすると

$$p = \boxed{\text{イ}} + \boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

曲線 $y = f(x)$ の $x > \boxed{\text{ア}}$ の部分を C とする。 C 上に 2 つの異なる点 A, B をとる。ただし、(点 A の x 座標) $<$ (点 B の x 座標) とする。

三角形 OAB が正三角形となるとき、点 A の x 座標を t とすると

$$t = \boxed{\text{オ}} + \sqrt{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

このとき、 $f(t) - t = \boxed{\text{キ}} + \boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ であり、曲線 C と

線分 OA, OB で囲まれる部分の面積を S とするとき

$$S = 3 \left(\boxed{\text{キ}} + \boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}} \right) + \boxed{\text{コ}} \log \left(\boxed{\text{サ}} + \boxed{\text{シ}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}} \right)$$

である。

(下 書 き 用 紙)

数学の試験問題は次に続く。

- 3 AB = 6, AC = 4 の三角形 ABC があり, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ とおくと, $\vec{b} \cdot \vec{c} = 6$ が成り立っている。また, 線分 AB を直径とする円は辺 BC, CA とそれぞれ, 点 D, E で交わっている。

(1) $|\overline{BC}| = \boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イウ}}}$ である。

\overrightarrow{AD} を \vec{b} と \vec{c} を用いて表すと

$$\overrightarrow{AD} = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \vec{b} + \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \vec{c}$$

である。

また, 三角形 ABC の垂心を H とするとき, \overrightarrow{AH} を \vec{b} と \vec{c} を用いて表すと

$$\overrightarrow{AH} = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \vec{b} + \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \vec{c}$$

である。

- (2) 3 点 D, E, H を通る円の面積は

$$\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \pi$$

である。

- (3) 線分 AB を直径とする円の, 点 D を含まない方の弧 AB 上に, $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{27}{2}$ を満たす点 P をとる。このとき, \overrightarrow{AP} を \vec{b} と \vec{c} を用いて表すと

$$\overrightarrow{AP} = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \vec{b} - \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \vec{c}$$

である。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次に続く。

4 k を実数の定数とし、関数 $f_n(x)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を

$$f_1(x) = 4 \sin x + k$$

$$f_{n+1}(x) = \int_0^\pi \{-t f'_n(t) \sin x + f_n(t)\} dt$$

によって定める。

a_n, b_n を実数とし、 $f_n(x) = a_n \sin x + b_n$ とおくと、数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ は漸化式

$$a_{n+1} = \boxed{\text{ア}} a_n$$

$$b_{n+1} = \boxed{\text{イ}} a_n + \boxed{\text{ウ}} b_n$$

を満たす。ただし、 $\boxed{\text{ウ}}$ には、最も適切なものを次の①～④のうちから選べ。

- ① π ② 2π ③ 3π ④ π^2 ⑤ $2\pi^2$

したがって

$$a_n = \boxed{\text{エ}}^{n+} \boxed{\text{オ}},$$

$$b_n = \frac{1}{\boxed{\text{カ}} - \pi} \cdot 2^{n+} \boxed{\text{キ}} + \left(k - \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}} - \pi} \right) \pi^{n+} \boxed{\text{コ}}$$

となる。

ゆえに、 $k = -\pi$ とすると

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{a_n^2} = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

(下書き用紙)

解答上の注意

解答はすべて解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

問題の文中の **ア** , **イウ** などには, 特に指示がない限り, 数字 (0~9), 符号 (-, ±), 自然対数の底 (e) のいずれかが入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つが, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

なお, 解答用紙に4つある解答欄の左肩の数字は, それぞれ大問の番号を表します。

例1 **アイウ** に -83 と答えたいとき。

1	解 答 欄												
	-	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
ア	●	±	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	e
イ	-	±	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨	e
ウ	-	±	0	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	e

分数形で解答する場合は, 既約分数で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $\frac{-4}{5}$ として答えなさい。

1	解 答 欄												
	-	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
エ	●	±	0	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	e
オ	-	±	0	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	e
カ	-	±	0	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	e