

令和4年度 入学者選抜試験問題

一般選抜 令和4年1月28日

数 学 (60分)

I 注意事項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は16ページあります。ただし、出題ページは下記のとおりです。
4, 6, 8, 10ページ
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を挙げて監督員に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、その説明と解答用紙の「記入上の注意」を読み、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 受験番号欄
受験番号を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
 - ② 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
- 5 試験開始後30分間および試験終了前5分間は退出できません。
- 6 この表紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。この問題冊子は試験終了後回収します。

II 解答上の注意

- 1 「解答上の注意」が、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

受 験 番 号				

獨協医科大学 医学部

(問題は次ページから始まる)

1 次の問いに答えなさい。

- (1) (i) 実数 x, y が $x^2 + y^2 = 1$ を満たすとき、 $x + 2y$ の最大値は $\sqrt{\text{ア}}$ であり、このときの x, y の値は

$$x = \frac{\sqrt{\text{イ}}}{\text{ウ}}, \quad y = \frac{\text{エ} \sqrt{\text{イ}}}{\text{ウ}}$$

である。

- (ii) a を実数の定数とする。実数 x, y が $x^2 + 2y^2 = 4$ かつ、 $y \geq 0$ を満たすとき

$$(x + y)^2 - 2a(x + y - 1)$$

の最小値が -4 となるような定数 a の値をすべて求めると

$$a = \text{オ} - \sqrt{\text{カ}}, \quad \text{キ} + \sqrt{\text{ク}}$$

である。

- (2) 1 個のさいころを 3 回投げる試行を考える。

ちょうど 3 種類の目が出る確率は $\frac{\text{ケ}}{\text{コ}}$ である。

出た目の最大値を M 、最小値を m とする。

$m \leq 2$ かつ、ちょうど 2 種類の目が出る確率は $\frac{\text{サ}}{\text{シ}}$ である。

また、 $m \leq 2$ かつ、 $4 \leq M$ であるとき、出た目がちょうど 2 種類である条件付き確率は $\frac{\text{ス}}{\text{セ}}$ である。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次に続く。

2 a を実数の定数とする。3 次方程式

$$x^3 - (a-3)x^2 - 3a^2 = 0 \quad \dots\dots (*)$$

を考える。

(1) $a = \frac{4}{3}$ のとき、(*) の実数解は $x = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

また、(*) の虚数解を α, β ($\alpha \neq \beta$) とすると

$$(a^2 + 4\alpha + 4)(\beta^2 - 5\beta + 4) = \boxed{\text{ウエオ}}$$

である。

(2) 方程式 (*) の異なる実数解の個数がちょうど 2 個であるとき、 a の値は

$$a = \boxed{\text{カ}}, \boxed{\text{キク}}, \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

(3) i は虚数単位とする。 $\gamma = \frac{-3 + \sqrt{3}i}{2}$ とするとき

$$\gamma^5 = \frac{\boxed{\text{サ}} \left(\boxed{\text{シ}} + \sqrt{3}i \right)}{2}$$

である。

条件「 $\gamma^n + 3$ が方程式 (*) の解となるような実数 a が存在する」を満たすような最小の自然数 n は $n = \boxed{\text{ス}}$ である。また、そのときの a の値は、 $a = \boxed{\text{セソ}}$ である。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次に続く。

3 n を自然数の定数とする。また、実数 a に対して、 $[a]$ は a を超えない最大の整数を表すものとする。

(1) $\sum_{k=1}^n [\sqrt{k}] = \boxed{\text{アイ}}$ である。

(2) 自然数 m に対し、 $[\sqrt{k}] = m$ となる自然数 k の個数は、 $m \leq \sqrt{k} < m+1$ であることに注意すると

$$\left(\boxed{\text{ウ}} m + \boxed{\text{エ}} \right) \text{個}$$

である。

これを用いて

$$\sum_{k=1}^{n^2} [\sqrt{k}] = \frac{n}{\boxed{\text{オ}}} \left(\boxed{\text{カ}} n^2 - \boxed{\text{キ}} n + \boxed{\text{ク}} \right)$$

である。

(3) xy 平面において、2つの直線 $x = 3n^2$, $2x - y - 8n^2 = 0$, および曲線 $y = \sqrt{4n^2 - x}$ で囲まれる領域（境界を含む）を D とし、領域 D に含まれる格子点（ x 座標、 y 座標がともに整数である点）の個数を $S(n)$ とすると

$$S(n) = \frac{1}{6} \left(\boxed{\text{ケ}} n^4 + \boxed{\text{コ}} n^3 + \boxed{\text{サ}} n^2 + \boxed{\text{シ}} n + \boxed{\text{ス}} \right)$$

である。

(下 書 き 用 紙)

数学の試験問題は次に続く。

4 関数 $f(x) = x - 1 + \sqrt{-x^2 + 6x + 23}$ に対し、 xy 平面上の $y = f(x)$ のグラフを C とする。

(1) 関数 $f(x)$ の定義域は

$$\boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}} \sqrt{\boxed{\text{ウ}}} \leq x \leq \boxed{\text{エ}} + \boxed{\text{オ}} \sqrt{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

$f(x)$ は、 $x = \boxed{\text{キ}}$ のとき、極大値 $\boxed{\text{クケ}}$ をとる。

(2) C と直線 $y = x - 1$ で囲まれた図形の面積を S とする。 C と直線 $y = x - 1$ の 2 つの交点の x 座標を α, β ($\alpha < \beta$) とすると

$$\begin{aligned} S &= \int_{\alpha}^{\beta} |f(x) - (x - 1)| dx \\ &= \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\boxed{\text{コサ}} - (x - \boxed{\text{シ}})^2} dx \\ &= \boxed{\text{スセ}} \pi \end{aligned}$$

である。

(3) 点 $(-1, f(-1))$ における C の接線を ℓ とする。 ℓ の方程式は

$$y = \boxed{\text{ソ}} x + \boxed{\text{タ}}$$

である。

C, ℓ および、直線 $y = \boxed{\text{クケ}}$ で囲まれた図形の面積を T とすると

$$T = \boxed{\text{チツ}} - \boxed{\text{テ}} \pi$$

である。

(下書き用紙)

解答上の注意

解答はすべて解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

問題の文中の **ア** , **イウ** などには, 特に指示がない限り, 数字 (0~9), 符号 (-, ±), 自然対数の底 (e) のいずれかが入ります。ア, イ, ウ, …の一つ一つが, これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

なお, 解答用紙に4つある解答欄の左肩の数字は, それぞれ大問の番号を表します。

例1 **アイウ** に -83 と答えたいとき。

1	解 答 欄												
	-	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
ア	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
イ	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
ウ	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

分数形で解答する場合は, 既約分数で答えなさい。符号は分子につけ, 分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\text{工オ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは, $-\frac{4}{5}$ として答えなさい。

1	解 答 欄												
	-	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
工	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
オ	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
カ	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>