

令和3年度 入学者選抜試験問題

一般選抜 令和3年1月29日

数 学 (60分)

I 注意事項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は16ページあります。ただし、出題ページは下記のとおりです。
4, 6, 8, 10ページ
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を挙げて監督員に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、その説明と解答用紙の「記入上の注意」を読み、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 受験番号欄
受験番号を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
 - ② 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
- 5 試験開始後30分間および試験終了前5分間は退出できません。
- 6 この表紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。この問題冊子は試験終了後回収します。

II 解答上の注意

- 1 「解答上の注意」が、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

受 験 番 号				

獨協医科大学 医学部

(問題は次ページから始まる)

1 次の問いに答えなさい。

(1) a を正の定数とし、 x の関数

$$f(x) = x^2 - 4ax + 6a^2 - 6a - 11$$

を考える。 $a \leq x \leq a + 2$ における $f(x)$ の最小値を m 、最大値を M とする。

(i) $a = 3$ のとき、 $m = -$ アイ、 $M =$ ウエ である。

(ii) $m = 0$ となるのは、 $a = \frac{\text{オ} + \sqrt{\text{カキ}}}{\text{ク}}$ のときである。

(iii) $M = 0$ となるのは、 $a = \frac{\text{ケ} + \sqrt{\text{コサ}}}{\text{シ}}$ のときである。

(2) 箱 A の中には赤球が 3 個と白球が 2 個、箱 B の中には赤球が 2 個と白球が 3 個入っている。A、B それぞれから同時に 1 個の球を取り出し、次の規則に従う操作を行う。

【規則】

A から取り出した球が、赤球のときはそれを A に戻し、白球のときはそれを B に入れる。

B から取り出した球が、赤球のときはそれを A に入れ、白球のときはそれを B に戻す。

(i) 1 回の操作後、2 つの箱の中が最初と同じ状態である確率は $\frac{\text{ス}}{\text{セソ}}$ である。

(ii) 2 回の操作後、A 中の白球が 2 個である確率は $\frac{\text{タチ}}{\text{ツテト}}$ である。

(iii) 2 回の操作後に A 中の白球が 0 個であったとき、1 回目の操作で B から

白球を取り出している条件付き確率は $\frac{\text{ナニ}}{\text{ヌネ}}$ である。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次に続く。

2 連続関数 $f(x)$ が、 $f(x) = x - 2 \int_0^x (x-t) \cos t dt$ を満たすとし、曲線 $y = f(x)$ を C とする。

このとき、 $f(x) = \boxed{\text{ア}} \cos x + x - \boxed{\text{イ}}$ である。

(1) x の方程式 $f(x) = k$ が $0 \leq x \leq 2\pi$ の範囲に異なる 3 個の実数解をもつような定数 k の値の範囲は

$$\boxed{\text{ウ}} \leq k < \sqrt{\boxed{\text{エ}} - \boxed{\text{オ}}} + \frac{\pi}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

(2) 曲線 C の $0 \leq x \leq \pi$ の範囲の変曲点を P とし、点 P における曲線 C の接線を ℓ とすると、 ℓ の方程式は

$$y = -x + \pi - \boxed{\text{キ}}$$

である。

$$\text{また、} \frac{f(x) + f(\pi - x)}{2} = \frac{\pi}{\boxed{\text{ク}}} - \boxed{\text{ケ}} \text{ である。}$$

(3) $g(x) = -x + \pi - \boxed{\text{キ}}$ とおくと

$$\int_{-\frac{\pi}{6}}^a |f(x) - g(x)| dx = 0$$

となるような定数 a ($a > -\frac{\pi}{6}$) の値は $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \pi$ である。また

$$\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \pi} |f(x) - g(x)| dx = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \pi^{\boxed{\text{セ}}} - \boxed{\text{ソ}}$$

である。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次に続く。

3 点 O を原点とする座標空間内に点 A (0, 0, 1) を中心とする半径 1 の球面 S がある。点 B の座標を $(\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{4}{3})$ とする。

(1) 点 B を通り、直線 AB に垂直な平面を α とする。平面 α 上の任意の点 P は

$$\vec{AB} \cdot \vec{AP} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

を満たす。したがって、P (x, y, z) とすると

$$2x + \boxed{\text{ウ}}y + \boxed{\text{エ}}z = \boxed{\text{オ}}$$

が成り立つ。これより、平面 α と xy 平面の交線を ℓ とすると、直線 ℓ の方程式は

$$2x + \boxed{\text{ウ}}y = \boxed{\text{オ}}, z = 0$$

である。

さて、平面 α と球面 S の交線は円となるが、この円を C とする。点 B から直線 ℓ および、xy 平面にそれぞれ垂線 BH, BK を下ろすと

$$KH = \frac{\boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{クケ}}}, BH = \frac{\boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。また、点 Q を円 C 上の点とすると

$$\vec{BH} \cdot \vec{BQ} \text{ の最大値は } \frac{\boxed{\text{ス}} \sqrt{\boxed{\text{セソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

である。

(2) D (0, 2, 4) とする。xy 平面上の点 R (X, Y, 0) と直線 DR 上の点 T に対し、

$\vec{DT} = t\vec{DR}$ (t は実数) とおくと

$$\vec{OT} = \left(tX, \left(Y - \boxed{\text{チ}} \right) t + \boxed{\text{ツ}}, -\boxed{\text{テ}} t + \boxed{\text{ト}} \right)$$

である。直線 DR が球面 S と接するように点 R が xy 平面上を動くとき、点 R は楕円

$$\frac{x^2}{\boxed{\text{ナ}}} + \frac{\left(y + \boxed{\text{ニ}} \right)^2}{\boxed{\text{ヌ}}} = 1, z = 0$$

上を動く。

(下 書 き 用 紙)

数学の試験問題は次に続く。

4 i は虚数単位とする。複素数平面上において、 $P(z)$ は $A(1)$ を中心とする半径1の円 C_1 上の点とする。また、複素数 w を $w = \frac{iz - (1+i)}{2z - 5}$ によって定める。

(1) $AP = 1$ より、 z は $|z - 1| = 1$ ……①を満たす。

また、等式 $w = \frac{iz - (1+i)}{2z - 5}$ を z について解くと

$$z = \frac{\boxed{\text{ア}} w - \boxed{\text{イ}} - i}{\boxed{\text{ウ}} w - i} \dots\dots②$$

である。②を①に代入して

$$|\boxed{\text{エ}} w - \boxed{\text{オ}}| = |\boxed{\text{カ}} w - i| \dots\dots③$$

が得られる。③より、点 $P(z)$ が円 C_1 上を動くとき、点 $Q(w)$ は

$$\text{点} \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} - \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{ク}}} i \text{を中心とする半径} \frac{\sqrt{\boxed{\text{コサ}}}}{\boxed{\text{シ}}} \text{の円} C_2 \text{上を動く}$$

とわかる。

(2) C_1 と(1)の円 C_2 は異なる2点で交わり、その交点を $B(\beta)$ 、 $C(\gamma)$ とする。ただし、 β の実部は γ の実部より小さいものとする。このとき

$$\beta = \boxed{\text{ス}}, \gamma = \boxed{\text{セ}} - i$$

である。

C_1 上の点 $R_1(u)$ が、直線 BC に対して点 $A(1)$ と同じ側にあるとき

$$\arg\left(\frac{u - \gamma}{u - \beta}\right) = \arg(\boxed{\text{ソ}} + i)$$

となる。また、 C_2 上の点 $R_2(v)$ が、直線 BC に対して点 $A(1)$ と同じ側にあるとき

$$\arg\left(\frac{v - \gamma}{v - \beta}\right) = \arg(1 + \boxed{\text{タ}} i)$$

である。

(下書き用紙)

解答上の注意

解答はすべて解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

問題の文中の **ア** , **イウ** などには、特に指示がない限り、数字 (0~9)、符号 (-, ±)、自然対数の底 (e) のいずれかが入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つが、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

なお、解答用紙に4つある解答欄の左肩の数字は、それぞれ大問の番号を表します。

例1 **アイウ** に -83 と答えたいとき。

1	解 答 欄												
	-	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
ア	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
イ	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
ウ	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

分数形で解答する場合は、既約分数で答えなさい。符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えなさい。

1	解 答 欄												
	-	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
エ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
オ	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
カ	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>