

令和3年度 入学者選抜試験問題

一般選抜 令和3年1月28日

数 学 (60分)

I 注意事項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は16ページあります。ただし、出題ページは下記のとおりです。
4, 6, 8, 10ページ
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を挙げて監督員に知らせなさい。
- 4 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、その説明と解答用紙の「記入上の注意」を読み、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 受験番号欄
受験番号を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしなさい。正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
 - ② 氏名欄
氏名・フリガナを記入しなさい。
- 5 試験開始後30分間および試験終了前5分間は退出できません。
- 6 この表紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。この問題冊子は試験終了後回収します。

II 解答上の注意

- 1 「解答上の注意」が、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

受 験 番 号				

獨協医科大学 医学部

(問題は次ページから始まる)

1 次の問いに答えなさい。

- (1) 箱の中に1が書かれたカードが3枚、2が書かれたカードが2枚、3が書かれたカードが1枚の計6枚のカードが入っている。この箱の中から無作為に1枚のカードを取り出し、カードに書かれている数字を記録し、取り出したカードを箱に戻す。これを1回の試行とし、この試行を6回繰り返す。記録された数字の合計をSとする。

$S = 7$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ であり、 $S = 9$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カキク}}}$ である。

1が書かれたカードを4回以上連続して取り出す確率は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

また、1が書かれたカードを4回以上連続して取り出すという条件のもとで、

Sが偶数である条件付き確率は $\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

- (2) 2以上の整数 n に対して、数の右下に (n) を付けることで n 進数を表すことにする。右下にこの記号が付いていない数は10進数を表す。

6進法の小数 $0.24_{(6)}$ を10進法の分数で表すと

$$0.24_{(6)} = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

また、ある正の数を a 進法で表すと $0.2_{(a)}$ 、 b 進法で表すと $0.12_{(b)}$ となった。このとき

$$\frac{\boxed{\text{ソ}}}{a} = \frac{b + \boxed{\text{タ}}}{b \boxed{\text{チ}}}$$

が成り立つ。ここで、 $b + \boxed{\text{タ}} = c$ とおいて上式を a と c で表すと

$$c \left(\boxed{\text{ツテ}} c + \boxed{\text{ト}} + a \right) = \boxed{\text{ナ}}$$

が得られる。

これより $c = \boxed{\text{ニ}}$ となり、 $a = \boxed{\text{ヌ}}$ 、 $b = \boxed{\text{ネ}}$ である。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次に続く。

2

(1) 次の不定積分を求めると

$$\int \sin^2 \theta d\theta = \frac{1}{\boxed{\text{ア}}} \theta - \frac{1}{\boxed{\text{イ}}} \sin \boxed{\text{ウ}} \theta + C_1$$

$$\int \sin^2 \theta \cos^2 \theta d\theta = \frac{1}{\boxed{\text{エ}}} \theta - \frac{1}{\boxed{\text{オカ}}} \sin \boxed{\text{キ}} \theta + C_2$$

である。ただし、 C_1 、 C_2 は積分定数とする。

(2) xy 平面において、曲線 C を

$$C: \begin{cases} x = 2(1 + \cos \theta) \cos \theta \\ y = 2(1 + \cos \theta) \sin \theta \end{cases} \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

とする。

$$f(\theta) = 2(1 + \cos \theta) \cos \theta, \quad g(\theta) = 2(1 + \cos \theta) \sin \theta \text{ とおくと}$$

$$f(2\pi - \theta) = f(\theta), \quad g(2\pi - \theta) = -g(\theta)$$

であるから、曲線 C の $0 \leq \theta \leq \pi$ の部分と $\pi \leq \theta \leq 2\pi$ の部分は x 軸に関して対称である。

曲線 C の $0 \leq \theta \leq \pi$ の部分で、 x 座標が最小となるのは $\theta = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \pi$ のときで、

その点の座標は $\left(\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}, \frac{\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}} \right)$ である。また、 y 座標が最大となる点

の座標は $\left(\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}, \frac{\boxed{\text{チ}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}} \right)$ である。

曲線 C が囲む部分の面積を S とする。曲線 C の $0 \leq \theta \leq \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \pi$ の部分を表す関数を y_1 、 $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \pi \leq \theta \leq \pi$ の部分を表す関数を y_2 とすると、曲線 C の対称性から

$$\frac{S}{2} = \int_{\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{シ}}}}^{\boxed{\text{ト}}} y_1 dx - \int_{\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}}^{\boxed{\text{ナ}}} y_2 dx$$

であり、 S を求めると $S = \boxed{\text{ニ}} \pi$ である。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次に続く。

3 点 O を原点とする座標平面上に円 $C: x^2 + y^2 = 1$ がある。円 C の外部の点 P から円 C に引いた 2 本の接線と円 C との接点を A, B とし、直線 OP と直線 AB との交点を H とする。このとき、三角形 OAH と三角形 OPA は相似であるから、 $OH \cdot OP = \boxed{\text{ア}}$ である。

(1) $P(2, 4)$ とする。このとき、 $PH \cdot PO = \boxed{\text{イウ}}$ である。

また、直線 AB の方程式は、 $y = -\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}x + \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(2) 点 P は第 1 象限の点であるとする。直線 AB の傾きが -2 であり、 $\frac{PH}{OH} = 24$ が成り立つとき、点 P の座標は

$$P\left(\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}, \sqrt{\boxed{\text{コ}}}\right)$$

である。

(3) 点 P が円 $x^2 + y^2 = 4$ の $x \leq 0$ の部分を動くとき、線分 AB の通過する領域の面積 S は

$$S = \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}\pi - \frac{\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

である。

(下書き用紙)

数学の試験問題は次に続く。

- 4 四面体 OABC において、 $OB = 6$, $OC = 4$, $AB = 3\sqrt{7}$, $BC = 2\sqrt{7}$ であり、 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0$, $\vec{OA} \cdot \vec{OC} = 0$ であるとする。辺 OA を 2:3 に内分する点を D, 辺 OB を 2:1 に内分する点を E とする。また、P は平面 ABC 上の点、Q は平面 OBC 上の点で、それぞれ

$$\vec{OP} = \frac{4}{9} \vec{OA} + \frac{2}{9} \vec{OB} + \frac{1}{3} \vec{OC}, \quad \vec{OQ} = s\vec{OB} + t\vec{OC} \quad (s > 0, t > 0)$$

を満たす。

- (1) $\vec{OB} \cdot \vec{OC} =$ であり、三角形 OBC の面積を S , 四面体 OABC の体積を V とすると、 $S =$ $\sqrt{}$, $V =$ である。

また、 \vec{AP} を \vec{AB} , \vec{AC} を用いて表すと

$$\vec{AP} = \frac{\text{キ}}{\text{ク}} \vec{AB} + \frac{\text{ケ}}{\text{コ}} \vec{AC}$$

である。

- (2) 2 直線 OP, AQ が 1 点で交わる時、 $\frac{s}{t} = \frac{\text{サ}}{\text{シ}}$ であり、さらに

$$|\vec{OQ}| = 3\sqrt{3} \text{ のとき, } s = \frac{\text{ス}}{\text{セ}}, t = \frac{\text{ソ}}{\text{タ}} \text{ である。}$$

- (3) $s = \frac{\text{ス}}{\text{セ}}, t = \frac{\text{ソ}}{\text{タ}}$ のとき、3 点 D, E, Q を通る平面を α とする。

平面 α と直線 OP との交点を L とすると、 $\vec{OL} = \frac{\text{チ}}{\text{ツテ}} \vec{OP}$ である。また、四

面体 OLAB の体積は $\frac{\text{トナ}}{\text{ニ}}$ である。

(下書き用紙)

解答上の注意

解答はすべて解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

問題の文中の **ア** , **イウ** などには、特に指示がない限り、数字 (0~9)、符号 (-, ±)、自然対数の底 (e) のいずれかが入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つが、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

なお、解答用紙に4つある解答欄の左肩の数字は、それぞれ大問の番号を表します。

例1 **アイウ** に -83 と答えたいとき。

1	解 答 欄												
	-	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
ア	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
イ	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
ウ	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

分数形で解答する場合は、既約分数で答えなさい。符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例2 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えなさい。

1	解 答 欄												
	-	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
エ	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
オ	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
カ	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>