令和４年度　東北医科薬科大学　入学試験問題　④

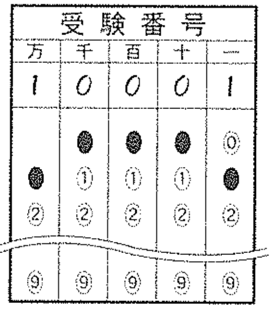
医学部　一般・数学

《 注 意 事 項 》

1．解答用紙左部に氏名、フリガナ、その下部に受験番号を記入し、例にならって ⓪ にマークしなさい。

（例）受験番号１０００１の場合

フリガナ	
氏　名	



2．この問題冊子は、３ページまであります。

3．試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。

4．解答方法は次のとおりです。

（１）問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには数字（０～９），符号（－），文字（k）が入ります。ア、イ、ウ、… の一つ一つはこれらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の ア、イ、ウ、… で示された解答欄にマークして答えなさい。

例１　$\boxed{\text{アイウ}}$ に $-2k$ と答えたいとき

（[注意]　文字は数字の後に書くので $-k2$ としてはいけません。）

ア	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	k
イ	−	0	1	●	3	4	5	6	7	8	9	k
ウ	−	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	●

（２）分数形で解答する場合は既約分数（それ以上約分できない分数）で答えなさい。符号は分子につけなさい。（分母につけてはいけません。）

例２　$\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは $\dfrac{-4}{5}$ として

キ	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	k
ク	−	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9	k
ケ	−	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9	k

（３）根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば $\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$，$\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$ に $4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを $2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。

（４）解答の作成にはＨ、Ｆ、ＨＢの黒鉛筆またはシャープペンシル（黒い芯に限る）を使用し、⓪ の中を塗りつぶしなさい。解答が薄い場合には、解答が読み取れず、採点できない場合があります。

（５）答えを修正する場合は、プラスチック製の消しゴムであとが残らないように**完全に消しなさい**。鉛筆のあとが残ったり、 のような消し方などした場合は、修正または解答したことにならないので注意しなさい。

（６）解答用紙は折り曲げたり、メモやチェック等で汚したりしないよう、特に注意しなさい。

（試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。）

[I] p は正の定数とし，xy 平面の曲線 $C: y=f(x)=x^4-4x^3$ 上の点 $(p, f(p))$ における接線 ℓ を $y=ax+b$ とする。このとき，以下の問に答えなさい。

(1) 曲線 C と接線 ℓ の共有点が全て接点であるとき，

(1-1) p が取りうる値の範囲は $\boxed{ア}+\sqrt{\boxed{イ}} \leqq p$ である。

(1-2) $p=\boxed{ア}+\sqrt{\boxed{イ}}$ のとき，$a=\boxed{ウエ}$，$b=\boxed{オカ}$ である。

(1-3) $p=\boxed{ア}+\sqrt{\boxed{イ}}$ のとき，接線 ℓ と曲線 C で囲まれた図形の面積は

$\dfrac{\boxed{キク}\sqrt{\boxed{ケ}}}{\boxed{コ}}$ である。

(2) 接線 ℓ が点 $(1,-3)$ を通るとする。連立不等式 $\begin{cases} 0 \leqq x \leqq 2 \\ x^4-4x^3 \leqq y \leqq ax+b \end{cases}$

で表される図形の面積を S とおく。

(2-1) $p=1$ のとき，

$$a=\boxed{サシ},\ b=\boxed{ス},\ S=\frac{\boxed{セソ}}{\boxed{タ}}$$

である。

(2-2) $p \neq 1$ のとき，

$$p=\boxed{チ}+\sqrt{\boxed{ツ}},\ S=\frac{\boxed{テ}}{\boxed{ト}}+\boxed{ナ}\sqrt{\boxed{ニ}}$$

である。

[II] 複素数平面上に原点 O を中心とする単位円をとる。その円周上に，異なる4点 P_0, P_1, P_2, P_3 を順に反時計回りにとる。ただし，この4点は次を満たすとする。点 P_0 は実軸の正の半直線上にあり， $\angle P_0OP_1 = \theta$ とすると $\angle P_1OP_2 = 2\theta$, $\angle P_2OP_3 = 3\theta$, $\angle P_3OP_0 = 4\theta$ となる。ここで，$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ である。
このとき，次の問に答えなさい。

(1) $\theta = \dfrac{\pi}{\boxed{ア}}$ である。

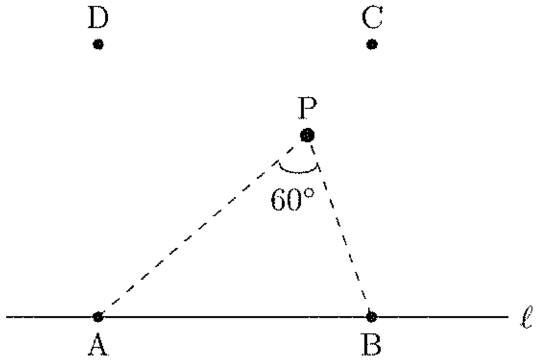
(2) $z = \cos\theta + i\sin\theta$ (i は虚数単位), $w = z + \dfrac{1}{z}$ とおく。このとき，$w^2 + aw + b = 0$ を満たす整数 a, b の値は $a = \boxed{イウ}$, $b = \boxed{エオ}$ である。

(3) $\cos\theta = \dfrac{\boxed{カ} + \sqrt{\boxed{キ}}}{\boxed{ク}}$, $\cos 3\theta = \dfrac{\boxed{ケ} - \sqrt{\boxed{コ}}}{\boxed{サ}}$ である。

(4) 2点 P_1, P_2 間の距離を L とするとき，$L^2 = \dfrac{\boxed{シ} - \sqrt{\boxed{ス}}}{\boxed{セ}}$ である。

(5) $\triangle P_2OP_3$ の面積を S とするとき， $S^2 = \dfrac{\boxed{ソ} + \sqrt{\boxed{タ}}}{\boxed{チツ}}$ である。

[III] 座標平面において x 軸と平行な直線 ℓ 上に 2 点 A，B を $\mathrm{AB} = 2\sqrt{3}$ となるようにとる。ここで，A の x 座標は負とする。また動点 P は $\angle\mathrm{APB} = 60^\circ$ を満たしながら直線 ℓ より上側の領域（境界線を含まない）を動き，原点 O と P の距離は一定であるとする。また，ℓ より上側の領域（境界線を含まない）に図の配置のように 2 点 C，D を四角形 ABCD が正方形になるようにとる。このとき，次の問に答えなさい。



(1) 点 A の座標は $\left(-\sqrt{\boxed{\text{ア}}},\ -\boxed{\text{イ}}\right)$，$\mathrm{OP} = \boxed{\text{ウ}}$，$\angle\mathrm{AOB} = \boxed{\text{エオカ}}^\circ$ である。

(2) 点 P が 2 点 C，D から等距離にあるとき，

$$\mathrm{PC} = \mathrm{PD} = \boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}} - \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。

(3) $\dfrac{\mathrm{PD}}{\mathrm{PC}}$ の値を最小とする点 P を $\mathrm{P_1}$ とする。$\mathrm{P_1}$ から ℓ におろした垂線と ℓ の交点を $\mathrm{P_1'}$ とするとき，

$$\mathrm{P_1P_1'} = \frac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}} + \boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$$

である。