

数 学

受験番号		氏名	
------	--	----	--

- 注意事項 1. 数学(一般)の用紙は3枚である。3枚とも解答すること。  
 2. 3枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。  
 3. 【2】、【3】は、解答の過程を必ず記すこと。

この線より上には解答を書かないこと。

【1】 次の各文の  にあてはまる答を求めよ。

(1) 1辺の長さが4の正四面体ABCDにおいて、辺BCの中点をEとおく。動点Pは  $PE = \frac{1}{2}AE$  を満たしながら△AEDの内部および周上を動くものとし、 $\angle PED = \theta$ とおく。このとき  $\vec{PB} \cdot \vec{PC} =$   ア  である。また、 $\vec{PC} \cdot \vec{PD}$ を $\theta$ を用いて表すと  $\vec{PC} \cdot \vec{PD} =$   イ  であり、その最大値は  ウ  である。 $\vec{PC} \cdot \vec{PD}$ が最大となるときの点Pと平面ACDの距離は  エ  である。

(2)  $i$ を虚数単位とし、 $z_1 = \frac{(\sqrt{3} + i)^{17}}{(1 + i)^{19}(1 - \sqrt{3}i)^7}$ 、 $z_2 = -1 + i$ とする。 $z_1$ の偏角 $\theta$ のうち  $0 \leq \theta < 2\pi$  を満たすものは  $\theta =$   オ  であり、 $|z_1| =$   カ  である。複素数平面上で $z_1$ 、 $z_2$ を表す点をそれぞれA、Bとする。このとき線分ABを1辺とする正三角形ABCの、頂点Cを表す複素数の実部は0または  キ  である。

$a$ 、 $b$ を正の整数とし、複素数  $\frac{(\sqrt{3} + i)^7}{(1 + i)^a(1 - \sqrt{3}i)^b}$  の偏角の1つが  $\frac{\pi}{12}$  であるとき、 $a + b$ の最小値は  ク  である。

(3)  $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、関数  $f(\theta) = 2 \cos \theta (\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta)$  の最大値は  ケ  である。 $g(x, y) = \frac{2\sqrt{3}xy + 2x^2}{x^4 + 2x^2y^2 + y^4 + 1}$  について考える。 $a$ を正の定数とし、点 $(x, y)$ が円  $x^2 + y^2 = a^2$  上を動くとき、 $g(x, y)$ の最大値は  $a$ を用いて  コ  と表される。また、点 $(x, y)$ が $xy$ 平面全体を動くとき、 $g(x, y)$ の最大値は  サ  である。

(4) 関数 $f(x)$ は微分可能であり、すべての実数 $x$ について  $f(x) = e^{2x+1} + 4 \int_0^x f(t) dt$  を満たすとする。関数 $g(x)$ を  $g(x) = e^{-4x}f(x)$  により定めるとき、 $g'(x) =$   シ  であり、 $f(x) =$   ス  である。また、曲線  $y = f(x)$  と  $x$  軸および  $y$  軸で囲まれた図形を  $x$  軸のまわりに1回転してできる回転体の体積は  セ  である。

解答欄

(1)	(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)
(2)	(オ)	(カ)	(キ)	(ク)
(3)	(ケ)	(コ)	(サ)	
(4)	(シ)	(ス)	(セ)	

--

数 学

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

- 注意事項
1. 数学(一般)の用紙は3枚である。3枚とも解答すること。
  2. 3枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。
  3. 【2】、【3】は、解答の過程を必ず記すこと。

この線より上には解答を書かないこと。

【2】  $n$  を正の整数とし、1, 2, 3, 4, 5, 6 の6個の数字から同じ数字をくり返し用いることを許して  $n$ 桁の整数をつくる。このような整数のうち、1が奇数個用いられるものの総数を  $A_n$ 、それ以外のものの総数を  $B_n$  とする。また、1と6がいずれも奇数個用いられるものの総数を  $C_n$  とする。次の問に答えよ。

(1)  $A_1$  を求めよ。

答

\_\_\_\_\_

(2) 正の整数  $n$  に対して、 $A_{n+1}$  を  $A_n$  と  $B_n$  を用いて表せ。

答

\_\_\_\_\_

(3) 正の整数  $n$  に対して、 $A_n$  と  $B_n$  を求めよ。

答  $A_n =$  \_\_\_\_\_ ,  $B_n =$  \_\_\_\_\_

(4)  $p$  を定数とする。 $X_1 = p$ ,  $X_{n+1} = 2X_n + 6^n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) で定められる数列を  $\{X_n\}$  とする。正の整数  $n$  に対して、 $X_n$  を  $n$  と  $p$  を用いて表せ。

答

\_\_\_\_\_

(5) 正の整数  $n$  に対して、 $C_n$  を求めよ。

答

\_\_\_\_\_

数学一 2

採 点	
--------	--



数 学

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

- 注意事項
1. 数学(一般)の用紙は3枚である。3枚とも解答すること。
  2. 3枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。
  3. 【2】、【3】は、解答の過程を必ず記すこと。

この線より上には解答を書かないこと。

【3】 関数  $f(x) = x^5 - 2x^3 + 9x$  について考える。実数  $t$  に対して、曲線  $y = f(x)$  上の点  $(t, f(t))$  における接線と  $x$  軸の交点の  $x$  座標を  $g(t)$  とおく。また、正の実数  $t$  に対して  $h(t) = \frac{g(t)}{t}$  とおく。次の問に答えよ。

(1)  $g(t)$  を求めよ。

答

(2)  $h'(t) = 0$  を満たす正の実数  $t$  を求めよ。

答

(3) 実数  $p$  は、すべての正の実数  $t$  に対して  $|h(t)| \leq p$  を満たすとする。このような  $p$  の最小値を求めよ。

答

(4)  $a$  を定数とする。 $a_1 = a$ ,  $a_{n+1} = g(a_n)$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) で定められる数列  $\{a_n\}$  に対して、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  となることを示せ。

数学—3

採  
点