２０２２年度一般選抜試験問題

数　　学

【注意事項】

1. この問題冊子には答案用紙が挟み込まれています。試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始後，問題冊子と答案用紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。
3. 問題冊子には**計 3 問**の問題が**数 1～数 5 ページ**に記載されています。 落丁，乱丁および印刷不鮮明な箇所があれば，手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 答案には，必ず鉛筆（黒，「HB」「B」程度）またはシャープペンシル（黒，「HB」「B」程度）を使用しなさい。
5. 解答は答案用紙の指定された場所に記入しなさい。ただし，解答に関係のないことが書かれた答案は無効にすることがあります。
6. 問題冊子の余白は下書きに利用しても構いません。
7. 問題冊子および答案用紙はどのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子および答案用紙を持ち帰ってはいけません。

受験番号	
一般選抜 A	一般選抜 B

1 次の (1) から (5) までの各問いに答えよ。なお，途中の式や考え方等も記入すること。

(1) 次の式を簡単にせよ。

$$(\log_2 40)^2 - \frac{\log_2 10}{\log_{160} 2}$$

(2) A と B の 2 つの袋がある。A には赤球が 2 個と白球が 2 個入っており，B には赤球が 1 個と白球が 3 個入っている。今いずれかの袋から 1 個，球を取り出したところ，赤球であった。それが袋 A から取り出された確率と袋 B から取り出された確率を，それぞれ求めよ。ただし，いずれの袋を選ぶのかは同様に確からしいとする。

$\boxed{1}$ （続き）

(3) $\triangle$ABC の辺 BC，CA，AB 上に，それぞれ点 P，Q，R を

$$\frac{\mathrm{PC}}{\mathrm{BP}}=\frac{\mathrm{QA}}{\mathrm{CQ}}=\frac{\mathrm{RB}}{\mathrm{AR}}=\frac{1}{3}$$

を満たすようにとる。さらに，線分 AP と BQ，線分 BQ と CR，線分 CR と AP の交点をそれぞれ，D，E，F とする。

(a) $\dfrac{\mathrm{PF}}{\mathrm{FA}}$ を求めよ。

(b) $\dfrac{\mathrm{PD}}{\mathrm{DA}}$ を求めよ。

(4) 実数 x，y が $4x^2+9y^2=36$ を満たして変化するとき，$x+y$ の最大値を求めよ。また，そのときの x と y の値をそれぞれ求めよ。

$\boxed{1}$ （続き）

(5) 19 で割ると 2 余り，21 で割ると 5 余る，4 桁の自然数の中で最小のものを求めよ。

$\boxed{\mathbf{2}}$ 以下の問いに答えよ。なお，途中の式や考え方等も記入すること。ただし，(2) はグラフのみでよい。

(1) a，b を実数として，不等式 $|a|+|b| \geqq |a-b|$ を証明せよ。また，等号が成り立つのはどのようなときか。

(2) 実数 x の関数 $f(x)=|2x-1|$ について，$f_1(x)=f(x)$，$f_2(x)=f(f_1(x))$，$f_3(x)=f(f_2(x))$ と定める。関数 $y=f_3(x)$ のグラフをかけ。

(3) 任意の実数 t について，実数 x の関数 $f(x)=|x-1|+|x-2|+|x-t|$ は常に $f(x) \geqq 1$ であることを証明せよ。

(4) 実数 x の関数 $f(x)=\displaystyle\sum_{k=1}^{N}|x-k|$ について，この関数の最小値を求めよ。また，そのときの x を求めよ。ただし，N は自然数とする。

3 以下の問いに答えよ。なお途中の式や考え方等も記入すること。

(1) 次の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{エ}$ に適当な数を入れよ。

$$\cos 3\alpha = \boxed{ア}\cos\alpha + \boxed{イ}\cos^3\alpha, \qquad \sin 3\alpha = \boxed{ウ}\sin\alpha + \boxed{エ}\sin^3\alpha$$

下図のように，原点 O を中心として，半径 a の円 O が固定されている。半径 $b(<a)$ の円 C が，円 O に内接しながらすべることなく時計の針と同じ向きに回り，円 C の中心 C は O の回りに時計の針と反対向きに回転していく。はじめに円 C の中心 C は点 $(a-b, 0)$ にあるものとし，このとき，円 O 上の点 A$(a, 0)$ に重なっている円 C 上の点を P とする。円 C が回転して，$\angle$COA$=\theta$ となったときの点 P の座標を (x, y) とする。

(2) 円 O と円 C の接点を B とする。このとき，$\angle$BCP の大きさを求めよ。

(3) x と y を，それぞれ，a，b および θ を用いて表せ。

(4) $a : b = 4 : 1$ の関係があるとする。このとき，θ を消去して，x と y の間に成り立つ関係式を求めよ。また，点 P のえがく曲線の長さを a で表せ。ただし，$0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ とする。

(5) $a : b = 3 : 1$ の関係があるとする。このとき，$0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ として，点 P のえがく曲線の長さを a で表せ。また，この曲線で囲まれた部分の面積を a で表せ。