医学科 前期一般選抜入試問題 2月1日実施

数学

時間＝90分

1. x，y を実数とし，座標平面上で点Pが楕円 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$，$x \geqq 0$ 上を動くとき，

(1) $x+y$ の最大値は $\sqrt{\boxed{\text{ア}}}$ であり，最小値は $\boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

(2) x^2+y の最大値は $\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ であり，最小値は $\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(3) x^2+xy+y^2 の最大値は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}+\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

2. A，B，C，D，E，F，G，Hの文字が1つずつ書かれたカードが3枚ずつ，合計24枚ある。この中から無作為に3枚のカードを取り出し，その3枚のカードに書かれた文字を記録する。そして，記録された3つの文字に対して，立方体ABCD—EFGHの頂点をとるとき，

(1) 3つの文字の組合せは $\boxed{\text{セソタ}}$ 通りである。

(2) 3つの頂点を結んでできる三角形の個数は $\boxed{\text{チツ}}$ 個である。

(3) 3つの頂点を結んでできる三角形のうち，直角三角形は $\boxed{\text{テト}}$ 個できる。

3. z を2でない複素数とし，$w=\dfrac{(1-2i)z}{(z-2)i}$ とおく。w が実数であるような z の全体を C とする。ただし，i は虚数単位とする。

(1) 複素平面上で C は点 $\boxed{\text{ナ}}$ を除く，点 $\boxed{\text{ニ}}+\boxed{\text{ヌ}}\,i$ を中心とする半径 $\sqrt{\boxed{\text{ネ}}}$ の円である。

(2) C 上の点のうち，実数である点をAとするとき，点Aと点B$(5-5i)$の距離は $\boxed{\text{ノ}}\sqrt{\boxed{\text{ハ}}}$ である。

(3) 点 z が C 全体を動くとき，$|z-(a+6i)|$ が最小となる実数 a の値は $a=\boxed{\text{ヒ}}$ であり，その最小値は $\boxed{\text{フ}}-\sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}$ である。

4. 1辺の長さが a である正四面体の4つの面に接する球を C_1 とする。次に，球 C_1 に外接し，正四面体の3つの面に接する球を C_2 とすると，球 C_2 は4つできることがわかる。このことを繰り返して，球 C_n に外接し，正四面体の3つの面に接する C_n より小さい4つの球を C_{n+1} とし，球 C_n の半径を r_n とする。ただし，$n=1$，2，3，…である。

(1) $r_1=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ホ}}}}{\boxed{\text{マミ}}}a$ であり，$r_6=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ム}}}}{\boxed{\text{メモヤ}}}a$ である。

(2) この四面体の中に含まれる球 C_1，C_2，…，C_n，…の体積の和は $\dfrac{\boxed{\text{ユヨ}}\sqrt{\boxed{\text{ラ}}}}{\boxed{\text{リルレロ}}}\pi a^{\boxed{\text{ワ}}}$ である。

5. 自然数 n に対して，《n》を n の正の約数の個数を表すものとする。例えば，6の正の約数は1，2，3，6であるから，《6》＝4である。

(1) 《72》－《48》＝ $\boxed{\text{あ}}$ である。

(2) 《n》＝2を満たす n のうち，3桁の自然数で最小のものは $\boxed{\text{いうえ}}$ であり，最大のものは $\boxed{\text{おかき}}$ である。

(3) 《n》が奇数である n のうち，2桁の自然数の個数は $\boxed{\text{く}}$ 個である。

(4) 2《n》^{2}－9《n》－7×《81》＝0を満たす n のうち，3桁の自然数は $\boxed{\text{けこさ}}$ である。

6. 0以上の整数 m，n に対して，$I_{m,n}=\displaystyle\int_1^e x^m(\log x)^n\,dx$ とするとき，

(1) $I_{m,0}=\dfrac{e^{m+\boxed{\text{し}}}-\boxed{\text{す}}}{m+\boxed{\text{せ}}}$ である。

(2) $I_{m+1,n+1}$ を $I_{m+1,n}$ を用いて表すと，

$$I_{m+1,n+1}=\frac{e^{m+\boxed{\text{そ}}}}{m+\boxed{\text{た}}}-\frac{n+\boxed{\text{ち}}}{m+\boxed{\text{つ}}}I_{m+1,n}$$

(3) $I_{3,3}=\dfrac{\boxed{\text{てと}}\,e^{\boxed{\text{な}}}+\boxed{\text{に}}}{128}$ である。