

令和3年度一般選抜試験問題(前期)

数 学 (問 題)

注 意

- 1) 数学の問題冊子は7ページあり、問題はⅠ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳの4題である。
- 2) 別に解答用紙1枚があり、**解答はすべてこの解答用紙の指定欄に記入すること。**
指定欄以外への記入はすべて無効である。なお、指示のある場合は指定欄には答えのみを記入すること。計算や下書きは問題冊子の白紙・空白部分を利用して行うこと。
- 3) 解答用紙の所定欄に次のとおり受験番号を記入しなさい。氏名を記入してはならない。
 - ・ 一般選抜試験のみを志願する受験者は一般の欄に受験番号を記入する。
 - ・ 併用試験のみを志願する受験者は併用の欄に受験番号を記入する。
 - ・ 一般選抜試験と併用試験の両方を志願する受験者は一般と併用の両方の欄にそれぞれの受験番号を記入する。なお、記入した受験番号が誤っている場合や無記入の場合は、数学の試験が無効となる。
また、※印の欄には何も記入してはならない。
- 4) 問題冊子は持ち帰ること。
- 5) 解答用紙を持ち出してはならない。
- 6) 試験終了時には、解答用紙を裏返しておくこと。解答用紙の回収後、監督者の指示に従い退出すること。

I (1)～(3)の の中にあてはまる、数、角度、整式、不等式、記号、語句、図などを指定欄に記入せよ。(なお本設問は、指定欄には答えだけを記入すること。)

(1) $\triangle OAB$ において、 $OA = 5$ 、 $OB = 4$ 、 $AB = \sqrt{21}$ とし、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$

とおく。 $\triangle OAB$ の外心を P 、垂心を H とすると、

$\overrightarrow{OP} = \text{ア} \vec{a} + \text{イ} \vec{b}$ 、 $\overrightarrow{OH} = \text{ウ} \vec{a} + \text{エ} \vec{b}$ と表すことができる。

また、線分 PH を $1 : 2$ に内分する点 D について、

$\overrightarrow{OD} = \text{オ} \vec{a} + \text{カ} \vec{b}$ と表せることから、点 D は $\triangle OAB$ の キ である。

(2) $x^2 - |x|y + y^2 = 3$ を満たす整数解 (x, y) をすべて求めると ク である。求めた整数解を xy 平面上に図示すると、 ケ となる。

(3) ある病気にかかっているかどうかを判定する検査があり、検査結果は陽性か陰性かのどちらかである。この検査は、病気にかかっている人が陽性と判定される確率が $\frac{3}{4}$ であり、病気にかかっていない人が陰性と判定される確率が $\frac{19}{20}$ である。ここで、A 地域でこの病気にかかっている人の割合は全体の $\frac{1}{56}$ であるが、B 地域でこの病気にかかっている人の割合はわかっていないとする。

A 地域の住民から無作為に選ばれた被験者にこの検査を行う場合、検査結果が陽性となる確率は コ である。さらに、検査で陽性と判定されたときに、実際に病気にかかっている確率は サ である。

B 地域の住民から無作為に選ばれた被験者にこの検査を行う場合、検査結果が陽性となる確率は $\frac{3}{20}$ であった。このとき、B 地域の住民でこの病気にかかっている人の割合は シ であり、検査で陽性と判定されたときに、実際に病気にかかっている確率は ス である。

なお、この設問の解答は既約分数で表すこと。

II 複素数 $\alpha = \cos \frac{2\pi}{7} + i \sin \frac{2\pi}{7}$ に対して、複素数 β, γ を
 $\beta = \alpha + \alpha^2 + \alpha^4, \gamma = \alpha^3 + \alpha^5 + \alpha^6$ とする。以下の設問に答えよ。

(1) $\beta + \gamma, \beta\gamma$ の値を求めよ。

(2) β, γ の値を求めよ。

(3) $\sin \frac{2\pi}{7} + \sin \frac{4\pi}{7} + \sin \frac{8\pi}{7}$ および $\sin \frac{\pi}{7} \sin \frac{2\pi}{7} \sin \frac{3\pi}{7}$ の値を求めよ。

Ⅲ 数列 $\{a_n\}$ を次のように定めるとき、以下の設問に答えよ。

$$a_1 = \frac{1}{13}, \quad 5a_{n+1} = 10a_n - a_{n+1}a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) a_2, a_3, a_4 を求めよ。(答えだけを既約分数で指定欄に記入すること。)

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha$ とするとき、 α の値を求め、 $a_m = \frac{\alpha}{2}$ となる整数 m を求めよ。

(4) (3)で求めた α, m を用いて、 $1 \leq k < m$ を満たす整数 k について

$$a_{m-k} + a_{m+k} = \alpha \text{ が成り立つことを示し、} \frac{1}{2m-1} \sum_{i=1}^{2m-1} a_i \text{ を求めよ。}$$

IV 次のように媒介変数表示された xy 平面上の曲線を D とするとき、以下の設問に答えよ。

$$x = 2 \cos \theta, \quad y = \frac{3}{2} \sin \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} |\cos \theta| \quad (0 \leq \theta < 2\pi)$$

- (1) D の概形を図示せよ。その際、 x 軸との交点、 y 軸との交点の座標がそれぞれわかるようにせよ。ただし、変曲点を調べる必要はない。
- (2) D で囲まれた図形の面積を求めよ。
- (3) D で囲まれた図形を、 y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

