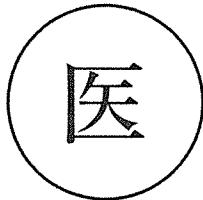


令和 3 年度 入学試験問題

数 学

注 意 事 項

- (1) 問題は、指示があるまで開かない。
- (2) 解答は必ず別に配布する解答用紙に記入すること。
- (3) 分数形が解答で求められているときは、既約分数（それ以上約分できない分数）で答える。
- (4) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が、最小となる形で答える。
- (5) 根号を含む分数形の解答は、分母を有理化した形で答える。



(令和 3 年 1 月 31 日 一般入試・前期)

(問題は次ページから始まる)

1 箱Aの中には **2**, **3**, **5**, **7**, **11**, **13** のカードが1枚ずつ,
箱Bの中には **1**, **4**, **6**, **8**, **9**, **10**, **12** のカードが1枚ずつ入って^{いる。} 箱AとBの中から1枚ずつ取り出し, 横に並べて2つの整数 p, q ($p \leq q$)
を構成する。例えば, 箱Aから**2**を, 箱Bから**1**を取り出すとき
 $(p, q) = (12, 21)$, 箱Aから**11**を, 箱Bから**12**を取り出すとき
 $(p, q) = (1112, 1211)$ とする。

(1) p と q の最大公約数が 9 である確率は **ア** である。

(2) p と q の最大公約数が 6 である確率は **イ** である。

(3) p と q の最大公約数が 3 である確率は **ウ** である。

(4) p と q の最大公約数が 1 である確率は **エ** である。

(計 算 用 紙)

2

2次関数 $f(x)$ が以下を満たすとする。

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} = -2, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = 2, \quad f(47) = 0$$

- (1) このとき $f(x)$ を求めよ。また, $f(x)$ が最大値をとる x の値を求めよ。
- (2) 不等式 $f(x) \geq 0$ を満たす整数 x の個数を求めよ。
- (3) 正の整数 k に対し $f(x) \geq k$ を満たす整数 x の個数が 21 個であるとき,
 k のとりうる値の範囲を求めよ。
- (4) 不等式 $f(x) \geq y$ を満たす正の整数の組 (x, y) の個数を求めよ。

(計 算 用 紙)

3

$\triangle OAB$ は鋭角三角形であるとする。点 O から辺 AB に下ろした垂線を OC とする。 $st \neq 1$ を満たす正の実数 s, t に対し、辺 OA を $s : 1$ に内分する点を D 、辺 OB を $1 : t$ に内分する点を E 、直線 DE と直線 AB の交点を F とする。点 F が辺 AB を $u : 1$ に外分する点であるように実数 u を定める。

(1) $\overrightarrow{DE} = h\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{OE}$ を満たす h を s, t の式で表せ。

(2) u を s, t の式で表せ。

(3) $\overrightarrow{DF} = k\overrightarrow{DE}$ を満たす k を s, t の式で表せ。

(4) $\angle OAB = \frac{\pi}{4}$, $\angle OBA = \frac{\pi}{3}$ のとき, $\frac{CD + DE + EC}{AB}$ の最小値 および

そのときの s, t の値を求めよ。

(計 算 用 紙)

