

令和4年度
一般選抜（前期）

10時00分～11時30分

数 学

問 題 冊 子 1 ～ 7 頁
解 答 用 紙 1 頁

注 意 事 項

1. 試験開始の合図〔チャイム〕があるまで、この注意をよく読むこと。
2. 試験開始の合図〔チャイム〕があるまで、問題冊子ならびに解答用紙は開かないこと。
3. 試験開始の合図〔チャイム〕の後に問題冊子ならびに解答用紙の全ページの所定の欄に受験番号と氏名を記入すること。
4. 解答はかならず定められた解答用紙を用い、それぞれ定められた位置に問題の指示に従って記入すること。また、解答用紙に解答以外のことを書かないこと。
5. 解答はすべて黒鉛筆を用いてはつきりと読みやすく書くこと。
6. 問題冊子の余白および裏面を計算に利用してもよい。
7. 質問は文字が不鮮明なときに限り受け付ける。
8. 問題冊子に、落丁や乱丁があるときは手を挙げて交換を求めること。
9. 試験開始60分以内および試験終了前10分間は、退場を認めない。
10. 試験終了の合図〔チャイム〕があったとき、ただちに筆記用具を置くこと。
11. 試験終了の合図〔チャイム〕の後は、問題冊子ならびに解答用紙はいずれも表紙を上にして、通路側から解答用紙、問題冊子の順に並べて置くこと。いっさい持ち帰ってはならない。
なお、途中退場の場合は、すべて裏返しにして置くこと。
12. その他、監督者の指示に従うこと。



受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

1 以下の設問 (1)～(3) の ア ～ キ にあてはまる適切な数を解答用紙の所定の欄に記入せよ。

(1) 実数 $x \geq \frac{1}{2}$ に対して $a = \sqrt{x + \sqrt{2x - 1}}$, $b = \sqrt{x - \sqrt{2x - 1}}$ とおくと

$$a + b = \sqrt{\text{ア} x + \text{ア} |x - 1|}$$

である。また、 $a + b = \sqrt{2022}$ となるのは、 $x = \text{イ}$ のときである。

(2) ウイルス A への感染を調べる検査キットがある。この検査キットはウイルス A に感染している人を陽性と判定する確率が 0.7、感染していない人を誤って陽性と判定する確率が 0.1 である。ウイルス A に感染している割合が p の集団から一人を検査したところ、この検査キットで陽性と判定された。この人が実際にウイルス A に感染している条件付き確率を p を用いて表すと

$$\frac{\text{ウ} p}{1 + \text{エ} p}$$

である。この確率が 0.5 となるときの、 $p = \text{オ}$ である。

(3) $\log_{10}(10x^2)$ の整数部分が 5 となる最大の自然数 x は カ である。また $\log_{10}(5x^2)$ の整数部分が 5 となる最小の自然数 x は キ である。なお $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{10} = 3.162$ とせよ。



2 点 O を原点とする座標空間において 3 点 $A(0, 2, 0)$, $B(a, 2-a, 0)$, $C\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\right)$ とする. a を 0 でない実数とすると, 以下の設問 (1)~(4) の ク ~ シ にあてはまる数を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

(1) $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{OC}$ のなす角 $\theta \left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right)$ を求めると $\theta =$ ク である.

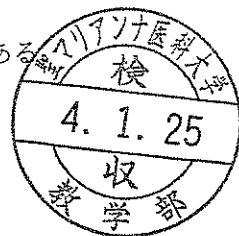
(2) $|\overrightarrow{AB}|^2$ と内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ を a を用いて表すと

$$|\overrightarrow{AB}|^2 = \text{ケ} a^2, \quad \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \text{コ} a$$

である.

(3) $\triangle OBC$ と $\triangle ABC$ の面積が等しいとき $a =$ サ である.

(4) 直線 AB 上の点 P と直線 OC 上の点 Q の距離の最小値は シ である.



3 関数 $f(x) = -x^2 + 1$ ($x \geq 0$) について、以下の設問 (1), (2) に対する解答と (3), (4) の
 セ ～ チ にあてはまる数を解答用紙の所定の欄に記入せよ。

(1) 逆関数 $f^{-1}(x)$ を求めよ。

(2) $y = f(x)$ と $y = f^{-1}(x)$ の共有点の x 座標を求めると、0, , 1 である。 に
 あてはまる数を選択肢 (a)～(h) より選び、その記号を答えよ。

- (a) $\frac{1+\sqrt{5}}{4}$ (b) $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ (c) $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ (d) $\frac{2-\sqrt{5}}{2}$
 (e) $\frac{5+\sqrt{5}}{8}$ (f) $\frac{5-\sqrt{5}}{5}$ (g) $\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$ (h) $\frac{1}{2}$

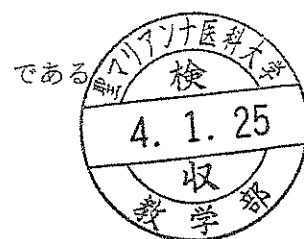
(3) 2 つの曲線 $y = f(x)$ と $y = f^{-1}(x)$ で囲まれる 2 つの部分の面積の和 S を求めると

$$S = \frac{-\text{セ} + \text{ソ}\sqrt{5}}{3}$$

である。

(4) 2 つの曲線 $y = f(x)$ と $y = f^{-1}(x)$ で囲まれる 2 つの部分を、 x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積の和 V を求めると

$$V = \frac{\text{タ} - \text{チ}\sqrt{5}}{30}\pi$$



4 次の和で定義される数列を考える.

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{k} = 1 - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}$$

以下の設問 (1)~(4) に対する解答を解答用紙の所定の欄に答えよ.

(1) S_4 の値を求めよ.

(2) 0 以上の整数 m について $S_{8m+1}, S_{8m+2}, S_{8m+3}, S_{8m+4}, S_{8m+5}, S_{8m+6}, S_{8m+7}, S_{8m+8}$ を小さい順に並べたとき, 5 番目に小さいものを S_{8m+a} とする. a の値を答えよ.

(3) $S_{2n} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}$ が成り立つことを示せ.

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ の値を求めよ.

