

令和3年度 東北医科薬科大学入学試験問題

医学部 一般・数学

《注意事項》

1. 解答用紙左部に氏名、フリガナ、その下部に受験番号を記入し、例にならって○にマークしなさい。
- (例) 受験番号10001の場合

フリガナ				
氏名				

受験番号				
万	千	百	十	一
1	0	0	0	1
●	●	●	●	○
●	①	①	①	●
②	②	②	②	②
9	9	9	9	9

2. この問題冊子は、3ページまであります。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
4. 解答方法は次のとおりです。

(1) 問題の文中の [ア], [イウ] などには数字(0~9), 符号(-), 文字(k)が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つはこれらのいずれか一つに対応します。

それらを解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 [アイウ] に $-2k$ と答えたいとき

([注意] 文字は数字の後に書くので $-k2$ としてはいけません。)

ア	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Ⓐ
イ	⊖	0	1	●	3	4	5	6	7	8	9	Ⓑ
ウ	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Ⓒ

- (2) 分数形で解答する場合は既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。
符号は分子につけなさい。(分母についてはいけません。)

例2 [キク] に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは $\frac{-4}{5}$ として

キ	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Ⓐ
ク	⊖	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9	Ⓑ
ケ	⊖	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9	Ⓒ

- (3) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば [コ] $\sqrt{\square}$, $\frac{\sqrt{\square}}{\square}$ に $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$ の

ように答えてはいけません。

- (4) 解答の作成にはH、F、HBの黒鉛筆またはシャープペンシル(黒い芯に限る)を使用し、○の中を塗りつぶしなさい。解答が薄い場合には、解答が読み取れず、採点できない場合があります。
- (5) 答えを修正する場合は、プラスチック製の消しゴムあとが残らないように完全に消しなさい。鉛筆のあとが残ったり、×のような消し方などした場合は、修正または解答したことにならないので注意しなさい。
- (6) 解答用紙は折り曲げたり、メモやチェック等で汚したりしないよう、特に注意しなさい。

[I] 自然数 n に対して

$$f_n(x) = \sum_{k=1}^n k \sin kx$$

と定める。さらに、

$$S_n = \int_0^\pi f_n(x) dx, \quad T_n = \int_0^\pi \{f_n(x)\}^2 dx$$

とおく。このとき、次の間に答えなさい。

(1) $S_2 = \boxed{\text{ア}}, \quad T_2 = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \pi$ である。

(2) S_n を n の式で表すと次のようになる。

n が偶数の場合、 $S_n = \boxed{\text{エ}} n$

n が奇数の場合、 $S_n = \boxed{\text{オ}} n + \boxed{\text{カ}}$

(3) T_n を n の式で表すと $\frac{\pi}{\boxed{\text{キク}}} n(n + \boxed{\text{ケ}})(\boxed{\text{コ}} n + \boxed{\text{サ}})$ となる。

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n^3}{T_n} = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\pi}$ となる。

[II] 1 から 30 までの 30 個の異なる整数を並べたものを $a_1, a_2, \dots, a_{29}, a_{30}$ と書くことにし、31 から 60 までの 30 個の異なる整数を並べたものを $b_1, b_2, \dots, b_{29}, b_{30}$ と書くこととする。このとき、次の間に答えなさい。

(1) 和 $\sum_{k=1}^{30} a_k =$ アイウ となる。

(2) $0 < l < m, 0 < p_1 < p_2$ とすると

$$lp_{\boxed{\text{エ}}} + mp_{\boxed{\text{オ}}} < lp_{\boxed{\text{オ}}} + mp_{\boxed{\text{エ}}} \quad (\boxed{\text{エ}} \neq \boxed{\text{オ}})$$

(3) 順列 b_1, \dots, b_{30} のとり方をいろいろ変えたとき、和 $\sum_{k=1}^{30} kb_k$ の最小値は カキクケコ であり、最大値は サシスセソ である。

(4) $\sum_{k=1}^{30} ka_k$ が最小になるように順列 a_1, a_2, \dots, a_{30} をとり固定する。1 から 30 までの 30 個の異なる整数を並べたものを c_1, c_2, \dots, c_{30} とし、これらのとり方をいろいろ変えたとき、和 $\sum_{k=1}^{30} ka_k c_k$ の最小値は タチツテト であり、最大値は ナニヌネノ である。

[III] $0 \leq \theta \leq \pi$ とし、関数

$$f(\theta) = \sin 3\theta - \cos 3\theta - 4 \sin 2\theta + 2 \sin \theta + 2 \cos \theta - 2$$

とするとき、次の間に答えなさい。

(1) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき、 $\sin \theta \cos \theta = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

(2) $\sin \theta + \cos \theta = t$ とおくとき、関数 $f(\theta)$ を t の式で表すと次のようになる。

$$f(\theta) = \boxed{\text{エ}} t^3 - \boxed{\text{オ}} t^2 - \boxed{\text{カ}} t + \boxed{\text{キ}}.$$

(3) $f(\theta) = 0$ であるとき、 $\theta = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}} \pi, \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}} \pi$ である。

(4) $f(\theta)$ の最大値は $\frac{\boxed{\text{ソ}} + \boxed{\text{タチ}} \sqrt{\boxed{\text{ツテ}}}}{\boxed{\text{トナ}}}$ である。