（一般前期）

令 和 2 年 度 入 学 試 験 問 題

（２科目選択）

理　　科

（物理，化学，生物）

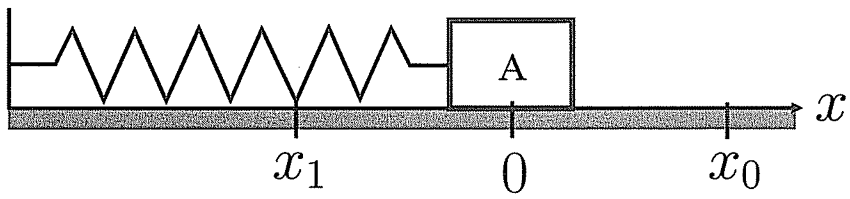
注　意　事　項

1．解答は必ず別に配布する解答用紙に記入すること．
2．物理，化学，生物の中から２科目のみ解答すること．

物　　　理　（問題用紙　1）

以下の空欄に対する適切な答えを解答用紙の指定されたところに書きなさい。

Ⅰ 下図のように，ばね定数 k の軽いばねに質量 m の小物体Aを取りつけ，もう一方の端を壁に固定して，粗い水平な床面に置いた。Aは x 軸上を動き，その位置を x とする。ばねが自然長のときのAの位置を $x=0$ とする。Aを $x=x_0$（ただし，$x_0>0$ とする）まで引いて静かに放すと，Aは x 軸の負の向きに運動して $x=x_1$ の位置で折り返し，x 軸の正の向きに運動して $x=x_2$ で再び折り返すような往復運動を行い，N 回目の折り返し点 $x=x_N$ の位置で動かなくなった。重力加速度の大きさを g，床面とAの間の静止摩擦係数を μ_0，動摩擦係数を μ として以下の問いに答えなさい。



(1) Aが x 軸の負の向きに動くときにAにはたらく力の合力は $\boxed{\quad 1 \quad}$ となる。一方，Aが x 軸の正の向きに動くときにAにはたらく力の合力は $\boxed{\quad 2 \quad}$ となる。Aを $x=x_0$ まで引いたときのばねの弾性力による位置エネルギーは $\boxed{\quad 3 \quad}$ である。$x=x_0$ から $x=x_1$ に到達するまでに発生する摩擦熱は，μ を使って表すと $\boxed{\quad 4 \quad}$ となる。したがって，x_0, μ, m, g, k を用いて $x_1=$ $\boxed{\quad 5 \quad}$ と表せる。同様にして，$x_2=$ $\boxed{\quad 6 \quad}$ と表せる。x_0 から x_1 まで運動するのにかかる時間 t_0 は $\boxed{\quad 7 \quad}$ であり，x_1 から x_2 まで運動するのにかかる時間 t_1 は $\boxed{\quad 8 \quad}$ である。一方，Aを $x=x_0$ まで引いた後，Aが動き出すための条件は，$x_0>$ $\boxed{\quad 9 \quad}$ であり，Aが x_N の位置で止まるための条件は，$|x_N|<$ $\boxed{\quad 10 \quad}$ である。

(2) $d=\dfrac{mg}{k}$ とする。$\mu_0=1$，$\mu=0.5$，$x_0=3.5d$ のとき，Aは往復運動を何回かした後，$x=x_N$ の位置で止まった。このとき $N=$ $\boxed{\quad 11 \quad}$ である。また，解答欄 $\boxed{\quad 12 \quad}$ にAの位置 x の時間変化の概略を図示しなさい。

物　　　理　（問題用紙　2）

以下の空欄に対する適切な答えを解答用紙の指定されたところに書きなさい。

II　角周波数 ω〔rad/s〕で振動し，振幅が V_0〔V〕の交流起電力 $V(t) = V_0 \sin\omega t$ を考えよう。ただし，t〔s〕は時刻を表す変数である。y 軸に射影すると，上記の時間変化を示す一定の角速度 ω〔rad/s〕で回転するベクトルを図1のように導入しよう。ただし，ここで反時計回りを正の回転の向きとする。

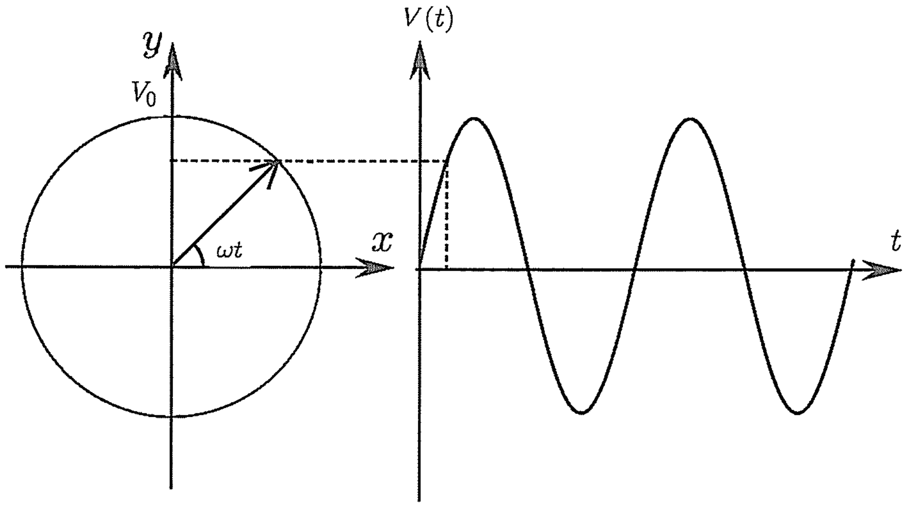


図1

(1) 交流起電力 $V(t) = V_0 \sin\omega t$ を抵抗の値が R〔Ω〕の抵抗の両端に与えた。抵抗に流れる電流の振幅 I_0〔A〕は $\boxed{\quad 1 \quad}$〔A〕である。また，時刻 t〔s〕における電流を表すベクトルを解答欄 $\boxed{\quad 2 \quad}$ に描きなさい。ただし，ある時刻 t〔s〕の交流起電力 $V(t)$〔V〕を表すベクトルは解答欄に描かれている。また，以下の (2) と (3) でも同様である。

(2) 交流起電力 $V(t) = V_0 \sin\omega t$ をインダクタンスの値が L〔H〕のコイルの両端に与えた。コイルに流れる電流の振幅 I_0〔A〕は $\boxed{\quad 3 \quad}$〔A〕である。また，時刻 t〔s〕における電流を表すベクトルを解答欄 $\boxed{\quad 4 \quad}$ に描きなさい。

(3) 交流起電力 $V(t) = V_0 \sin\omega t$ を容量の値が C〔F〕のコンデンサーの両端に与えた。コンデンサーに流れる電流の振幅 I_0〔A〕は $\boxed{\quad 5 \quad}$〔A〕である。また，時刻 t〔s〕における電流を表すベクトルを解答欄 $\boxed{\quad 6 \quad}$ に描きなさい。

(4) 図2のように抵抗の値が 10 Ω の抵抗，インダクタンスの値が 2.0×10^{-2} H のコイル，そして容量の値が 1.0×10^{-4} F のコンデンサーと角周波数 $\omega_0 = 1000$ rad/s で振動する交流起電力が直列に接続されている。回路に流れる電流が $I(t) = I_0 \sin\omega_0 t$ の場合に，時刻 t〔s〕における抵抗，コイル，コンデンサーの両端の電圧を表すベクトルを解答欄 $\boxed{\quad 7 \quad}$（抵抗），$\boxed{\quad 8 \quad}$（コイル）そして，$\boxed{\quad 9 \quad}$（コンデンサー）に描きなさい。ただし，ある時刻 t〔s〕の交流電流 $I(t)$〔A〕を表すベクトルは解答欄に描かれている。図を描く際に，抵抗の両端の電圧の振幅を V_R〔V〕としなさい。また，図2の AB 間の電圧の振幅は $\boxed{\quad 10 \quad}$ $\times V_R$〔V〕である。

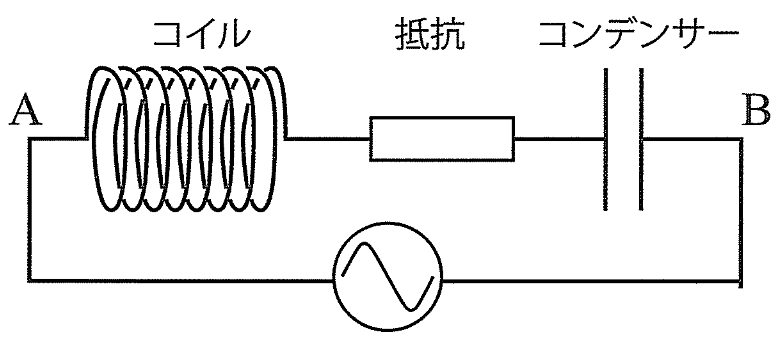


図2

(5) 図2の直列回路で交流起電力の振幅を 1.0 V に保ったまま，角周波数 ω〔rad/s〕を変化させた。電流の振幅が最大となる角周波数は $\boxed{\quad 11 \quad}$ rad/s で，そのときの電流の値は $\boxed{\quad 12 \quad}$ A である。求める角周波数の有効桁は一桁でよい。また，角周波数を変化させたときの電流の振幅の変化の概略を解答欄 $\boxed{\quad 13 \quad}$ に描きなさい。

物　　理　（問題用紙　3）

以下の空欄に対する適切な答えを解答用紙の指定されたところに書きなさい。

III ボーアの考え方をもとに，原子の構造を水素原子を例に考えよう。

(1) 水素原子では質量 m〔kg〕の電子が電気量 $+e$〔C〕をもつ原子核（陽子）のまわりを速さ v〔m/s〕，半径 r〔m〕で等速円運動をしている。向心加速度の大きさは $\boxed{\ 1\ }$〔m/s^2〕で，原子核と電子の間にはたらく静電気力が向心力となる。真空中のクーロンの法則の比例定数を k_0〔N·m^2/C^2〕とすると，電子の半径方向の運動方程式は $m \times \boxed{\ 1\ } = k_0 \dfrac{e^2}{r^2}$ となる。この電子の電子波の波長は $\lambda_e = \dfrac{h}{mv}$ である。ただし，h〔J·s〕はプランク定数である。

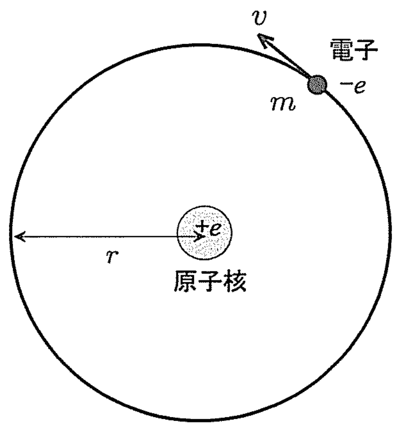


図 1

ボーアの量子条件は，λ_e を用いると $2\pi r = n\lambda_e$ $(n = 1, 2, 3, \ldots.)$ となる。この条件と半径方向の運動方程式から，電子がとりえる軌道半径の大きさは n を用いて $r_n = \boxed{\ 2\ } \times n^2$〔m〕のように表され，不連続になることがわかる。軌道半径 r_n〔m〕の電子の全エネルギー E_n〔J〕は運動エネルギーと静電気力による位置エネルギーの和で，$E_n = \boxed{\ 3\ } \times \dfrac{1}{n^2}$〔J〕となる。ただし，電子の位置エネルギーは無限遠を基準にとる。

水素原子の場合と同様に，一般に原子を構成している電子の位置エネルギーと運動エネルギーの和は負で，電子が原子核に近いほどエネルギーは低くてより強く原子核に束縛されている。

つぎに，自由電子による X 線の散乱について考えよう。

(2) 散乱の前後における波長の変化を考察する。図 2 のように波長 λ〔m〕の X 線光子が x 軸上を進み原点に静止している電子によって散乱される。プランク定数 h〔J·s〕，波長 λ〔m〕を用いると，散乱前の X 線光子が持っているエネルギーは $\boxed{\ 4\ }$〔J〕，運動量は $\boxed{\ 5\ }$〔kg·m/s〕である。ただし，光速を c〔m/s〕とする。

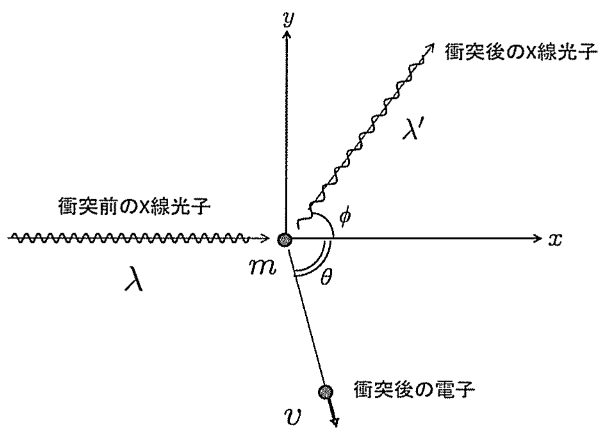


図 2

図 2 のように散乱後，X 線光子は x 軸からの角度 ϕ（ただし，$\phi > 0$）の方向に波長 λ'〔m〕になって進み，電子は x 軸からの角度 θ（ただし，$\theta > 0$）の方向に速さ v〔m/s〕で進んだ。散乱前後で運動量とエネルギーは保存される。したがって，x 軸方向についての運動量保存を表す式は $\boxed{\ 6\ }$，y 軸方向についての運動量保存を表す式は $\boxed{\ 7\ }$ である。また，エネルギー保存を表わす式は $\boxed{\ 8\ }$ である。$\boxed{\ 6\ }$ と $\boxed{\ 7\ }$ を用いて，角度 θ を消去すると，散乱後の電子の運動エネルギーは，$\dfrac{h^2}{2m} \times \left(\boxed{\ 9\ } \right)$〔J〕と表される。この運動エネルギーを $\boxed{\ 8\ }$ に代入し整理すると $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \dfrac{h}{mc} \times \left(\boxed{\ 10\ } \right)$ が得られる。ただし，散乱の前後における波長変化 $\Delta\lambda$ が λ や λ' に比べて十分小さいとして $\dfrac{\lambda}{\lambda'} + \dfrac{\lambda'}{\lambda} \fallingdotseq 2$ という近似を用いた。

物　　　理　（問題用紙　4）

(3) ある物質にＸ線を照射してその散乱を調べたところ小問 (2) で考察したように，散乱する角度に応じて波長が長くなるＸ線と波長が変化しないＸ線が観測された（図３参照）。この２種類の散乱はこの物質の中にある電子が，二つの異なる条件の下にあることを示している。それぞれどのような条件の下にある電子であるかを，小問 (1) と (2) の議論を踏まえて，解答欄 $\boxed{\ 11\ }$ に30文字程度で述べよ。ただし，答えの文は「原子核……存在するから。」という形式で書くこと。

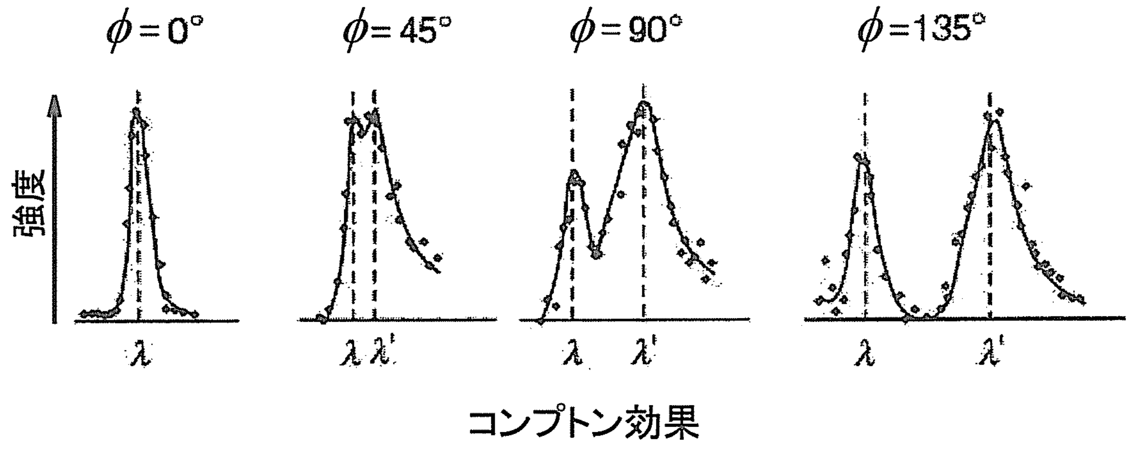


図３